



KEMENTERIAN PENDIDIKAN MALAYSIA
Lembaga Peperiksaan

KUPASAN MUTU JAWAPAN

SIJIL PELAJARAN MALAYSIA
(SPM)TAHUN 2020

MATEMATIK TAMBAHAN

KERTAS 2

3472/2

1.0 INSTRUMEN PENTAKSIRAN

Kod Mata Pelajaran	:	3472/2
Bentuk Ujian	:	Ujian Subjektif
Markah Penuh	:	100 Markah
Masa	:	2 Jam 30 Minit

1.1 REKA BENTUK INSTRUMEN PENTAKSIRAN

Kertas ini mengandungi tiga bahagian: Soalan dalam setiap bahagian disampaikan dalam dwi bahasa.

- Bahagian A** : Terdiri daripada 6 soalan
Jumlah markah: 40 markah.
Calon wajib menjawab semua soalan.
- Bahagian B** : Terdiri daripada 5 soalan
Calon perlu menjawab empat soalan sahaja
Setiap soalan memperuntukkan 10 markah
Jumlah maksimum bagi bahagian ini ialah 40 markah
- Bahagian C** : Terdiri daripada 4 soalan
Calon perlu menjawab dua soalan sahaja.
Setiap soalan memperuntukkan 10 markah.
Jumlah skor maksimum bagi bahagian ini ialah 20 markah

2.0 BAHAGIAN A

2.1 PRESTASI CALON

2.1.1 Prestasi Keseluruhan

Secara keseluruhannya, prestasi calon adalah pada tahap sederhana. Markah minimum ialah 0 dan markah maksimum ialah 40. Calon dapat menunjukkan prestasi yang baik bagi soalan-soalan rutin dalam Persamaan Serentak dan Vektor berbanding dengan soalan bukan rutin dan Kemahiran Berfikir Aras Tinggi (KBAT)T daripada tajuk-tajuk Pembezaan dan Sukatan Membulat.

2.1.2 Prestasi Mengikut Kumpulan

Kumpulan Prestasi Tinggi

Calon memahami soalan yang ditanya, menggunakan rumus dan kaedah yang betul, menggunakan konsep yang betul dan dapat menyelesaikan masalah soalan dengan cara kerja yang kemas dan tepat. Cara kerja yang diberikan adalah tersusun dan sistematik.

Calon mempunyai pengetahuan yang baik dan kemahiran aplikasi dalam mata pelajaran Matematik Tambahan berdasarkan kepada jawapan yang diberikan oleh calon.

Jawapan yang diberikan sesuai dengan kehendak soalan dan jawapan akhir untuk setiap soalan adalah tepat, selaras dengan skema markah yang diberi.

Kumpulan Prestasi Sederhana

Prestasi calon adalah memuaskan. Calon berjaya menjawab soalan yang memerlukan kemahiran asas tetapi menghadapi masalah untuk menjawab soalan berasaskan aplikasi dan KBAT.

Calon boleh menjawab soalan aras rendah dan sederhana tetapi berhadapan masalah untuk menjawab soalan yang aras tinggi.

Jawapan yang diberikan menunjukkan pemahaman calon tentang kandungan sukatan pelajaran yang telah dipelajari, tetapi mereka tidak menguasai kemahiran yang cukup untuk mengaplikasikan konsep tersebut dalam bahagian yang tertentu.

Calon tidak dapat menjawab dengan baik beberapa soalan seperti soalan 2, 4(a)(b), 5(a)(b) dan 6(a)(b).

Sebilangan calon cuai dalam pengiraan terutama di dalam manipulasi algebra dan pengiraan yang ditunjukkan kurang tepat.

2.2 KUPASAN JAWAPAN

Soalan 1: PERSAMAAN SERENTAK

- 1 Solve the simultaneous equations $3p - n = 1$ and $\frac{p}{n} + p = 2$.
Give your answer correct to three decimal places. [5 marks]

*Selesaikan persamaan serentak $3p - n = 1$ dan $\frac{p}{n} + p = 2$.
Beri jawapan anda betul kepada tiga tempat perpuluhan.* [5 markah]

Soalan ini menghendaki calon menjadikan n atau p sebagai perkara rumus daripada persamaan linear $3p - n = 1$. Seterusnya calon dikehendaki menghapuskan salah satu pembolehubah p atau n menggunakan kaedah penggantian dalam persamaan tak linear. Calon dikehendaki menyelesaikan persamaan kuadratik yang diperoleh dengan menggunakan kaedah rumus kuadratik atau penyempurnaan kuasa dua. Calon perlu memberi jawapan akhir dalam tiga tempat perpuluhan.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{aligned} 3p - n &= 1 \\ n &= 3p - 1 \quad \text{--- ①} \\ \frac{p}{n} + p &= 2 \quad \text{--- ②} \\ \text{sub ① to ②} \\ \frac{p}{3p-1} + p &= 2 \\ p + p(3p-1) &= 2(3p-1) \\ p + 3p^2 - p &= 6p - 2 \\ 3p^2 - 6p + 2 &= 0 \\ p &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)} \\ p &= 1.577, p = 0.423 \\ n &= 3(1.577) - 1 \\ n &= 3.731 \\ n &= 3(0.423) - 1 \\ n &= 0.269 \end{aligned}$$

Calon dapat menjadikan n sebagai perkara rumus daripada persamaan linear $3p - n = 1$. Seterusnya calon dapat mengganti $n = 3p - 1$ ke dalam persamaan tak linear $\frac{p}{n} + p = 2$ bagi menghapuskan pembolehubah n . Calon dapat menyelesaikan persamaan kuadratik yang diperoleh dengan menggunakan kaedah rumus untuk mencari nilai p dan seterusnya mencari nilai n dalam tiga tempat perpuluhan.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$$\begin{array}{l}
 3p - p = 1 \\
 p = \frac{11n}{3} \\
 \\
 \frac{11n}{3n} + \frac{11n}{3} = 2 \\
 11n + 11n^2 = 6n \\
 \\
 n^2 - 11n + 1 = 0 \\
 (n - 3.732)(n - 0.268) = 0 \\
 n_1 = 3.732 \quad \text{No} \\
 n_2 = 0.268 \quad \text{No} \\
 \\
 p = \frac{11 \times 3.732}{3} \\
 = 1.577 \quad \text{No} \\
 \\
 p = \frac{11 \times 0.268}{3} \\
 = 0.973 \quad \text{No}
 \end{array}$$

Calon menggunakan kaedah pemfaktoran kurang sempurna bagi menyelesaikan persamaan kuadratik. Sepatutnya calon menggunakan kaedah rumus kuadratik.

Contoh 2:

$$\begin{array}{l}
 3p - n = 1 \\
 n = 3p - 1 \\
 \\
 \frac{p}{n} + p = 2 \\
 \\
 p + pn = 2n \quad \text{--- (2)} \\
 \\
 p + p(3p - 1) = 2(3p - 1) \\
 p + 3p^2 - p = 6p - 2 \\
 3p^2 - 6p + 2 = 0 \\
 \\
 \frac{-6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)} \\
 \\
 p = 1.577 \quad q = 0.423 \quad \text{No} \\
 \\
 \text{when } p = 1.577 \\
 n = 3(1.577) - 1 \\
 = 3.732 \\
 \\
 \text{when } p = 0.423 \\
 n = 3(0.423) - 1 \\
 = 0.268 \quad \text{No}
 \end{array}$$

Calon melakukan kesilapan dalam penggantian nilai ke dalam rumus kuadratik. Calon sepatutnya menggantikan nilai a , b dan c dengan tepat ke dalam rumus.

SOALAN 2: FUNGSI KUADRATIK

The graph of the quadratic function $f(x) = x^2 - 3x - m$ intersects the x -axis at $2h$ and $2k$ while the quadratic equation $mx^2 + nx - 1 = 0$ has roots h and k , where m and n are constants and $m > 0$.

Graf bagi fungsi kuadratik $f(x) = x^2 - 3x - m$ menyilang paksi- x pada $2h$ dan $2k$ manakala persamaan kuadratik $mx^2 + nx - 1 = 0$ mempunyai punca-punca h dan k , dengan keadaan m dan n ialah pemalar dan $m > 0$.

(a) Find the value of m and of n .

Cari nilai m dan nilai n .

(b) (i) Hence, by using the method of completing the square, find the minimum value of $f(x)$.

Seterusnya, dengan menggunakan kaedah penyempurnaan kuasa dua, cari nilai minimum bagi $f(x)$.

(ii) Sketch the graph of $f(x)$.

Lakar graf bagi $f(x)$.

Bahagian (a) calon dikehendaki untuk menggunakan konsep hasil tambah dan hasil darab punca daripada fungsi kuadratik dan persamaan kuadratik yang diberi untuk membentuk empat persamaan bagi mencari nilai m dan nilai n . Bahagian (b)(i), calon dikehendaki mencari nilai minimum fungsi kuadratik dengan menggunakan kaedah penyempurnaan kuasa dua. Bahagian (b)(ii) pula calon dikehendaki melakarkan graf fungsi kuadratik itu.

JAWAPAN (a)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$f(x) = x^2 - 3x - m$	$mx^2 + nx - 1 = 0$
$x^2 - 3x - m = 0$	
$HTP = \frac{-b}{a}$	$HTP = \frac{-b}{a}, HDP = \frac{c}{a}$
$HTP = \frac{-(-3)}{1}$	$HTP = \frac{-n}{m}, HDP = \frac{-1}{m}$
$HTP = 3$	$HTP = \frac{-n}{m}, HDP = \frac{-1}{m}$
$2h + 2k = 3$	$2h + 2k = -\frac{n}{m}$
$2h + 2k = 3$	$4hk = -m$
$2(h+k) = 3$	$4\left(\frac{-1}{m}\right) = -m$
$2\left(\frac{-n}{m}\right) = 3$	$4 = -m \times -m$
$\frac{-n}{m} = \frac{3}{2}$	$4 = m^2$
$\frac{-n}{2} = \frac{3}{2}$	$m = \sqrt{4}$
$-n = 3$	$m = 2$
$n = -3$	

Calon dapat mencari nilai m dan n dengan menghapuskan pemboleh ubah h dan k dalam dua persamaan hasil tambah dan hasil darab punca dengan tepat. Calon dapat menunjukkan kaedah penyempunaan kuasa dua dengan tepat untuk mencari nilai minimum. Calon dapat melakar graf parabola bentuk yang betul dan melabel titik minimum serta mana-mana dua titik iringan (di kiri dan di kanan titik minimum).

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$$m = ?, n = ?$$

$$y = x^2 - 3x - m \quad mx^2 + nx - 1 = 0$$

$$b^2 - 4ac > 0$$

$$(-3)^2 - 4(1)(-m) > 0 \quad \text{KO} \quad b^2 - 4ac > 0$$

$$9 + 4m > 0 \quad n^2 - 4(m)(-1) > 0$$

$$4m > -9 \quad n^2 + 4m > 0$$

$$m > -\frac{9}{4} \quad 4m > -n^2$$

$$-9 = -n^2 \quad \text{KO} \quad \sqrt{4m} > -n$$

$$n^2 = 9 \quad m > -\frac{9}{4}$$

$$n = 3$$

Calon keliru konsep dua punca yang berbeza ($2h$ dan $2k$) bagi fungsi kuadratik dan h, k bagi persamaan kuadratik. Calon menggunakan $b^2 - 4ac > 0$ untuk mendapat nilai dan n . Sepatutnya, calon menggunakan konsep hasil tambah dan hasil darab punca.

Contoh 2:

$\text{SOR} = 2h + 2k = -\left(\frac{-3}{1}\right)$	$\text{SOR} = h + k = -\frac{n}{m}$
$= 2(h+k) = 3$	$= \frac{3}{2} = -\frac{n}{m}$
$h+k = \frac{3}{2}$	
$\text{POR} = 2h(2k) = -m$	$-n = 3 \quad m = 2$
$4hk = -m$	$n = -3$
$hk = -\frac{m}{4}$	

Calon memberi jawapan untuk nilai m dan n menggunakan perbandingan nisbah. Sepatutnya calon menyelesaikan persamaan dengan satu anu (m) dahulu sebelum menggantikan nilai m untuk mencari nilai n .

JAWAPAN (b)(i)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$f(x) = x^2 - 3x - 2$$
$$x^2 - 3x + \left(\frac{-3}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right)^2$$
$$f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4}$$
$$x - \frac{3}{2} = 0$$
$$x = \frac{3}{2}$$
$$\therefore \left(\frac{3}{2}, -\frac{17}{4}\right) \text{ NO}$$

Calon dapat menggunakan konsep penyempunaan kuasa dua dengan sistematik dan teratur untuk mencari nilai minimum.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 3x - 2 \\ x^2 - 3x + \left(\frac{-3}{2}\right)^2 - 2 - \left(\frac{-3}{2}\right)^2 \\ f(x) &= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} \\ x - \frac{3}{2} &= 0 \\ x &= \frac{3}{2} \\ \therefore \left(\frac{3}{2}, -\frac{17}{4}\right) & \text{ NO} \end{aligned}$$

Calon memberikan jawapan titik minimum sepatutnya calon memberikan nilai y yang minimum sahaja.

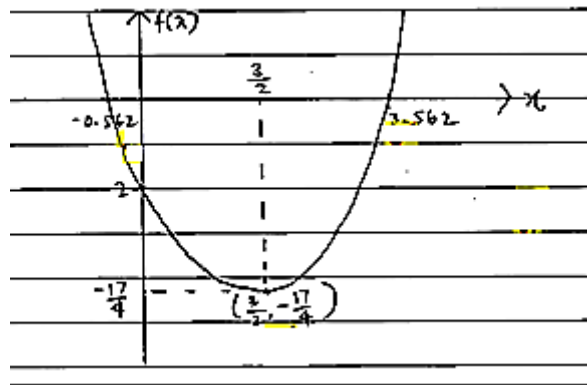
Contoh 2:

$$\begin{aligned} \text{b) i) } f(x) &= x^2 - 3x - 2 \\ \frac{-b}{2a} &= \frac{-(-3)}{2} \text{ NO} \\ x &= \frac{3}{2} \\ y &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{3}{2}\right) - 2 \\ &= -\frac{17}{4} \text{ NO} \end{aligned}$$

Calon tidak menunjukkan kaedah penyempurnaan kuasa dua yang lengkap tetapi calon menggunakan formula langsung untuk mencari nilai minimum. Calon hendaklah menunjukkan kaedah lengkap penyempurnaan kuasa dua dahulu sebelum mengambil nilai minimumnya.

JAWAPAN (b)(ii)

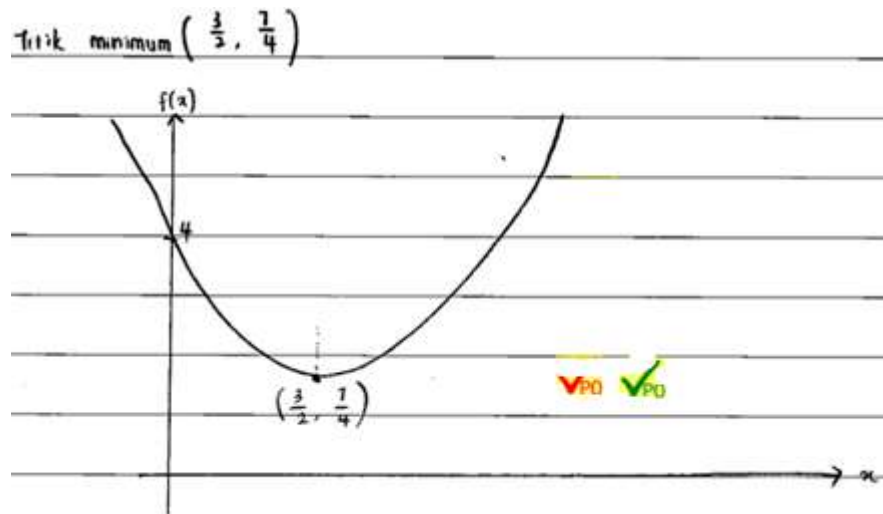
Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi



Calon dapat melakar graf dengan bentuk yang betul dan titik minimum serta dua titik iringan, 1 di kiri dan 1 lagi di kanan daripada titik minimum.

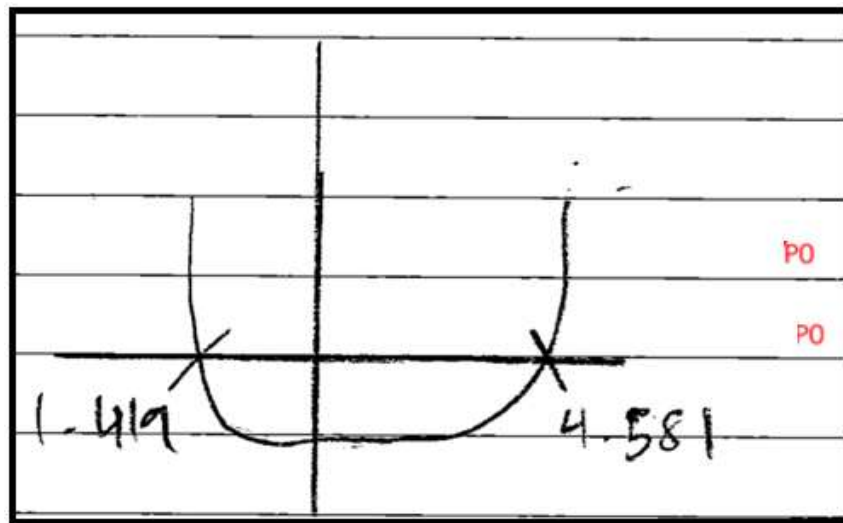
Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:



Calon tidak menunjukkan satu titik iringan di sebelah kanan titik minimum semasa melakar graf. Sepatutnya, calon menunjukkan dua titik iringan satu di kiri dan satu lagi di kanan daripada titik minimum.

Contoh 2:



Calon melakar bentuk parabola bagi graf fungsi $f(x)$ yang tidak sempurna, sepatutnya calon melakar bentuk parabola yang sempurna.

SOALAN 3: STATISTIK

A set of positive integers 1, 4, 5, 7, 8, 9, p , q are arranged in ascending order.
If the interquartile range is 5 and the variance is 11, find the value of p and of q .

Suatu set nombor integer positif 1, 4, 5, 7, 8, 9, p , q disusun dalam tertib menaik.
Jika julat antara kuartil ialah 5 dan varians ialah 11, cari nilai p dan nilai q .

Soalan ini menghendaki calon menggunakan rumus julat antara kuartil dan varians dalam data tak terkumpul, untuk mencari nilai bagi pemboleh ubah p dan q .

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

Contoh 1:

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & , & 4 & , & 5 & , & 7 & , & 8 & , & 9 & , & p & , & q \\ & & & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & & & & & \\ & & & & Q_1 & & m & & Q_3 & & & & & & \end{array}$$

$$\frac{p+9}{2} - \frac{5+4}{2} = 5$$

$$p+9 - 5 - 4 = 10$$

$$p = 10$$

$$\sigma^2 = \frac{336 + q^2}{8} - \bar{x}^2$$

$$\bar{x} = \frac{44 + q}{8}$$

Contoh 2:

$$\frac{336 + q^2}{8} - \left(\frac{44 + q}{8}\right)^2 = 11$$

$$\frac{336 + q^2}{8} - \frac{1936 + 88q + q^2}{64} = 11$$

$$2688 + 8q^2 - 1936 - 88q - q^2 = 704$$

$$7q^2 - 88q + 48 = 0$$

$$(7q - 4)(q - 12) = 0$$

$$q = 12$$

Calon dapat menggunakan rumus julat antara kuartil, $\frac{9+p}{2} - \frac{4+5}{2} = 5$ untuk mencari nilai p . Seterusnya dengan menggunakan nilai p yang diperolehi, calon dapat mencari nilai q menggunakan rumus varians, $\left(\frac{336+q^2}{8}\right) - \left(\frac{44+q}{8}\right)^2 = 11$.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$$1, 4, 5, 7, 8, 9, p, q$$

$$Q_3 - Q_1 = 5 \quad \text{variance} = 11$$

$$Q_1 = \frac{4+5}{2} \quad Q_3 = \frac{9+p}{2} \quad 1+4+5+7+8+9+10+p+q$$

$$Q_1 = 4.5 \quad 5 = \frac{9+p}{2} - 4.5 \quad \frac{44+p+q}{8}$$

$$5 = \frac{9+p-9}{2} \quad \frac{11+p}{2}$$

$$10 = 9+p-9 \quad 0 = 5$$

$$10 = p \quad 0 = 5$$

$$\frac{1^2 + 4^2 + 5^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + p^2}{8} - \left(\frac{11+p}{2} \right)^2 = 11$$

$$\frac{336 + p^2}{8} = 11 + \left(\frac{11+p}{2} \right)^2$$

Calon mencari nilai min yang menggunakan dalam rumus varians. Sepatutnya $\bar{x} = \left(\frac{44+p}{8} \right)$.

Contoh 2:

$I_2 = 5, \sigma^2 = 11, p = ?, q = ?, \text{ numbers} = 8$

$I_2 = Q_3 - Q_1, \sigma^2 = 11$
 $5 = Q_3 - Q_1$

$Q_3 = \frac{3}{4}(N)$ $Q_1 = \frac{1}{4}(N)$

	\bar{x}	σ^2
Jumlah	$34p + q$	$236 + p^2 + q^2$
(\bar{x}) Divide	$\frac{34p + q}{8}$	$\frac{236 + p^2 + q^2}{8}$
(σ^2) Tolak	$11 = \left(\frac{236 + p^2 + q^2}{8}\right) - \left(\frac{34p + q}{8}\right)^2$	

$\bar{x} = \text{number ke-6} = 4$

$I_2 = 9 - 4 = 5$ NO NO

$11 = \left(\frac{236 + p^2 + q^2}{8}\right) - \left(\frac{34p + q}{8}\right)^2$

$\rightarrow \left(\frac{34p + q}{8} \times \frac{34p + q}{8}\right)$

$= 11 \cdot 56 + 34p + 34q + 34p^2 + p^2 + 34q^2 + q^2$

$34q + p^2 + q^2$ NO

Calon tidak dapat menggunakan rumus julat antara kuartil dengan betul bagi mencari nilai p di mana calon hanya menggunakan beza di antara cerapan ke-6 dan cerapan ke-2. Calon perlu tahu membezakan konsep $\frac{3}{4}N$ dan $\frac{1}{4}N$ untuk bilangan cerapan bukan nilai bagi kuartil ketiga dan kuartil pertama.

SOALAN 4: VEKTOR

- 4 Diagram 1 shows a triangle AOB . Point P lies on AB .

Rajah 1 menunjukkan segi tiga AOB . Titik P terletak pada AB .

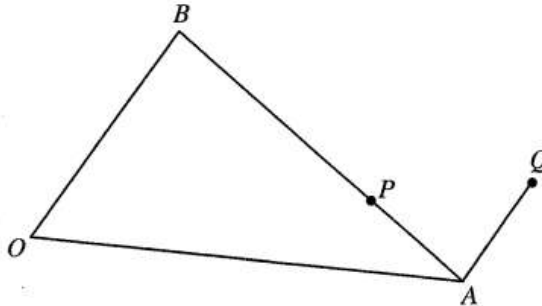


Diagram 1
Rajah 1

It is given $\overrightarrow{OA} = 2\underline{x}$, $\overrightarrow{OB} = 3\underline{y}$, $AP = \frac{1}{3}AB$ and $\overrightarrow{AQ} = k\overrightarrow{OB}$, where k is a constant.

Diberi $\overrightarrow{OA} = 2\underline{x}$, $\overrightarrow{OB} = 3\underline{y}$, $AP = \frac{1}{3}AB$ dan $\overrightarrow{AQ} = k\overrightarrow{OB}$, dengan keadaan k ialah pemalar.

It is given $\overrightarrow{OA} = 2\underline{x}$, $\overrightarrow{OB} = 3\underline{y}$, $AP = \frac{1}{3}AB$ and $\overrightarrow{AQ} = k\overrightarrow{OB}$, where k is a constant.

Diberi $\overrightarrow{OA} = 2\underline{x}$, $\overrightarrow{OB} = 3\underline{y}$, $AP = \frac{1}{3}AB$ dan $\overrightarrow{AQ} = k\overrightarrow{OB}$, dengan keadaan k ialah pemalar.

- (a) Express in terms of \underline{x} and \underline{y} :

Ungkapkan dalam sebutan \underline{x} dan \underline{y} :

- (i) \overrightarrow{AB} ,
(ii) \overrightarrow{OP} .

[3 marks]

[3 markah]

- (b) State \overrightarrow{OQ} in terms of k , \underline{x} and \underline{y} .

Hence, find the value of k if the points O , P and Q are collinear.

[4 marks]

Nyatakan \overrightarrow{OQ} dalam sebutan k , \underline{x} dan \underline{y} .

Seterusnya, cari nilai k jika titik-titik O , P dan Q adalah segaris.

[4 markah]

Soalan bahagian (a)(i) dan a(ii) calon dikehendaki menggunakan hukum segi tiga untuk mengungkap vektor dalam sebutan \underline{x} dan \underline{y} . Bahagian (b), calon

dikehendaki menyatakan \overrightarrow{OQ} dalam sebutan k , \underline{x} dan \underline{y} . Penggunaan vektor itu

perlu diteruskan dalam konsep segaris untuk mencari nilai k .

JAWAPAN (a)(i) dan (ii)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{aligned} \therefore AP &= \frac{1}{3} AB \\ \frac{AP}{AB} &= \frac{1}{3} \\ \text{(a) i) } \vec{AB} &= \vec{AO} + \vec{OB} \\ &= -2x + 3y \\ \text{ii) } \vec{OP} &= \vec{OA} + \vec{AP} \\ &= 2x + \left[\frac{1}{3} (-2x + 3y) \right] \\ &= 2x + \left(-\frac{2}{3}x + y \right) \\ &= 2x - \frac{2}{3}x + y \\ &= \frac{4}{3}x + y \end{aligned}$$

Calon dapat menulis hukum segi tiga dan menggunakannya untuk mengungkap vektor \vec{AB} dan vektor \vec{OP} . Calon dapat menyatakan vektor \vec{OQ} dalam sebutan k , x dan y dan seterusnya menggunakan \vec{OQ} konsep segaris untuk mencari k .

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

The image shows a student's handwritten work on lined paper. It contains the following steps:

$$\begin{aligned} \text{a. i) } \vec{AB} &= -2x + 3y \\ \text{ii) } \vec{OP} &= 2x + \frac{1}{3}(-2x + 3y) \\ &= 2x - \frac{2}{3}x + y \\ &= \frac{4}{3}x + y \end{aligned}$$

The student has underlined the variables x and y in several places. There is a small red stamp that says "SS-1" on the right side of the work.

Calon tidak menulis hukum segi tiga yang digunakan. Sepatutnya, calon perlu menulis hukum segi tiga yang digunakan.

Contoh 2:

$$\begin{aligned} \text{i) } \vec{AB} &= \vec{BO} + \vec{OA} \quad \text{KO} \\ &= -3y - 2x \quad \text{NO} \\ \text{ii) } \vec{OP} &= \vec{PA} + \vec{AO} \\ &= y + \frac{2}{3}x - 2x \quad \text{NO} \\ &= y - \frac{4}{3}x \quad \text{NO} \end{aligned}$$

Calon menggunakan hukum segi tiga yang salah. Calon perlu membezakan vector \vec{AB} dan \vec{BA} atau \vec{OP} dan \vec{PO} .

SOALAN (b)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{aligned} \text{b) } \vec{OQ} &= \vec{OA} + \vec{AQ} \\ \therefore \vec{AQ} &= t\vec{OB} \\ \vec{OQ} &= 2x + k(3y) \\ &= 2x + 3ky \\ \vec{OP} &= \lambda\vec{OQ} \\ \frac{4}{3}x + y &= \lambda(2x + 3ky) \\ \frac{4}{3}x + y &= 2\lambda x + 3\lambda ky \\ \text{Compare:} \\ \frac{4}{3} &= 2\lambda & \quad \quad \quad 1 &= 3\lambda k \\ \lambda &= \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} & \quad \quad \quad k &= \frac{1}{3\lambda} \text{---(2)} \\ &= \frac{2}{3} \text{---(1)} \\ \text{Sub (1) into (2)} &\Rightarrow k = \frac{1}{3(\frac{2}{3})} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Calon dapat menyatakan vector \vec{OQ} dalam sebutan k , x dan y dan menggunakan konsep segaris menggunakan \vec{OQ} untuk mencari nilai k .

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$$\begin{aligned} \vec{OP} &\parallel \vec{PQ} \\ \vec{OP} &= \lambda \vec{PQ} \quad \checkmark_{KO} \\ \frac{4}{3}x + y &= \lambda(\vec{PA} + \vec{AQ}) \\ \frac{4}{3}x + y &= (\frac{1}{3}\vec{BA} + 3ky)\lambda \\ \frac{4}{3}x + y &= [\frac{1}{3}(2x - 3y) + 3ky]\lambda \\ \frac{4}{3}x + y &= (\frac{2}{3}x - y + 3ky)\lambda \\ \frac{4}{3} &= \frac{2}{3}\lambda \quad 1 = (3k - 1)\lambda \quad \checkmark_{KO} \\ \lambda &= 2 \quad 3k - 1 = \frac{1}{2} \\ & \quad 3k = \frac{3}{2} \\ & \quad k = \frac{1}{2} \quad \checkmark_{NO} \end{aligned}$$

Calon tidak menggunakan vektor \vec{OQ} bagi memenuhi kata tugas "seterusnya".

Calon wajib menggunakan vector \vec{OQ} atau \vec{QO} dalam konsep segarisnya.

Contoh 2:

$$\begin{aligned} \text{b) } \vec{OQ} &= \vec{OA} + \vec{AQ} \\ &= \vec{OA} + k\vec{OB} \\ &= 2\vec{x} + k(3\vec{y}) \\ \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} &= \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 3k \end{pmatrix} \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \quad \checkmark_{KO} \\ \frac{4}{3} &= 2\lambda \quad \checkmark_{KO} \quad \frac{1}{3} = 1 + 3k \\ \lambda &= \frac{2}{3} \quad k = -\frac{1}{9} \quad \checkmark_{NO} \end{aligned}$$

Calon menggunakan konsep menggunakan vektor lajur bagi vector yang bukan vector \vec{i} dan \vec{j} . Calon perlu mahir membezakan vector \vec{x} bukan \vec{i} dan vector \vec{y} bukan \vec{j} .

SOALAN 5 : PEMBEZAAN

Diagram 2 shows a metal solid with a uniform cross section PQR in the shape of right angled triangle.

Rajah 2 menunjukkan sebuah pepejal logam dengan keratan rentas seragam PQR berbentuk segi tiga bersudut tegak.

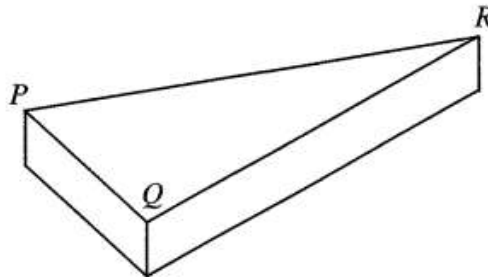


Diagram 2
Rajah 2

It is given PQ is x cm, $PQ:QR = 2:5$ and the area of the cross section is A cm².
Diberi PQ ialah x cm, $PQ:QR = 2:5$ dan luas keratan rentas itu ialah A cm².

(a) Express A in terms of x .

Ungkapkan A dalam sebutan x .

(b) (i) When the metal is heated, x increases at the rate of 0.02 cm s⁻¹.

Find the rate of change of the area, in cm²s⁻¹, of the cross section when $x = 8$ cm.

Apabila logam itu dipanaskan, x bertambah dengan kadar 0.02 cm s⁻¹.

Cari kadar perubahan luas, dalam cm²s⁻¹, keratan rentas itu apabila $x = 8$ cm.

(ii) Given the thickness of the metal is $\frac{x}{5}$ cm, find the approximate change of the volume, in cm³, of the metal when x changes from 8 cm to 8.05 cm.

Diberi ketebalan logam itu ialah $\frac{x}{5}$ cm, cari perubahan hampir bagi isi padu, dalam cm³, logam itu apabila x berubah dari 8 cm kepada 8.05 cm.

Soalan bahagian (a), menghendaki calon mengungkapkan luas keratan rentas bagi sebuah pepejal logam dengan keratan rentas seragam PQR berbentuk segitiga bersudut tegak, A , dalam sebutan x . Dalam bahagian (b)(i) calon dikehendaki mencari kadar perubahan A apabila x bertambah dengan kadar 0.02 cm s⁻¹ ketika $x = 8$ cm dengan mengguna petua rantai $\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dx} \times \frac{dx}{dt}$. Dalam

bahagian (b)(ii) calon dikehendaki mencari perubahan hampir isipadu logam itu, δV , apabila x berubah dari 8 cm kepada 8.05 cm dengan mengguna rumus

$$\frac{\delta V}{\delta x} \approx \frac{dV}{dx}.$$

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

Jawapan (a)

$$\begin{aligned}\frac{QR}{PQ} &= \frac{5}{2} \\ QR &= \frac{5}{2} PQ \\ &= \frac{5}{2} x \\ A &= \frac{1}{2} (x) \left(\frac{5}{2} x \right) \\ &= \frac{5}{4} x^2\end{aligned}$$

Dalam bahagian (a), calon dapat menentukan sisi $QR = \frac{5}{2}x$ daripada $PQ : QR = 2:5$ untuk mengungkapkan A , dalam sebutan x menggunakan rumus $\frac{1}{2} \times PQ \times QR$.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

$$\begin{aligned}(a) \quad A &= \frac{1}{2} \times 2x \times 5x \\ A &= \frac{1}{2} \times 10x^2 \\ A &= 5x^2\end{aligned}$$

Calon tidak dapat menentukan sisi $QR = \frac{5}{2}x$ daripada $PQ : QR = 2:5$. Sepatutnya

calon boleh mencari QR daripada konsep nisbah, iaitu pecahan, $\frac{PQ}{QR} = \frac{2}{5}$.

Jawapan (b)(i)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{aligned} \text{b)(i)} \quad \frac{dA}{dn} &= \frac{5}{2} n \\ \frac{dA}{dt} &= \frac{dA}{dn} \times \frac{dn}{dt} \\ &= \frac{5}{2} n \times 0.02 \text{ cm s}^{-1} \\ &= \frac{5}{2} (8 \text{ cm}) \times 0.02 \text{ cm s}^{-1} \\ &= 0.4 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

Dalam bahagian (b)(i) calon dapat mencari kadar perubahan A apabila x bertambah dengan kadar 0.02 cm s^{-1} ketika $x = 8 \text{ cm}$ dengan mengguna petua rantai $\frac{dA}{dt} = \frac{5}{2} \times 8 \times 0.02$.

Calon dapat menggunakan petua rantai untuk mencari kadar perubahan luas keratan rentas terhadap masa.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

$$\begin{aligned} \delta x &= 0.02 \\ \frac{dA}{dx} &= \frac{5}{2} x \\ \frac{\delta A}{\delta x} &= \frac{dA}{dx} \quad \frac{\delta A}{0.02} = \frac{5}{2} x \\ \delta A &= \frac{5}{2} (8) (0.02) \\ &= 0.4 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

Calon menggunakan simbol delta iaitu perubahan hamper mewakili kadar perubahan. Calon perlu mahir membezakan simbol δA dan $\frac{dA}{dt}$.

Jawapan (b)ii

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{aligned} \text{Volume} &= \frac{5}{4} x^2 \times \frac{x}{5} \\ &= \frac{x^3}{4} \\ \frac{dV}{dx} &= \frac{3x^2}{4} \\ \frac{\delta V}{\delta x} &= \frac{3x^2}{4} \\ \delta V &= \frac{3(8)^2}{4} \times (8.05 - 8) \\ &= 2.4 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Dalam bahagian (b)(ii) calon dapat mencari perubahan hampir isipadu logam itu, δV , apabila x berubah dari 8 cm kepada 8.05 cm dengan menggunakan rumus

$$\frac{\delta V}{0.05} = \frac{1}{4} \times 8^3.$$

Calon dapat menentukan perubahan hampir bagi isi padu dengan menggunakan

$$\delta V \approx \frac{dV}{dx} (\delta x).$$

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

$$\begin{aligned} \delta V &= \frac{dV}{dx} \times \frac{dx}{dt} \\ &= \frac{3}{4} x^2 \times 0.05 \\ \frac{\delta V}{\delta t} &= \frac{0.15 x^2}{4} \end{aligned}$$

Calon menggunakan petua rantai untuk mencari perubahan hampir isi padu. Calon sepatutnya dapat menggunakan rumus perubahan hampir yang betul.

SOALAN 6: SUKATAN MEMBULAT

Diagram 3 shows a cardboard in the shape of regular pentagon. There are five congruent sectors in the pentagon centred at the vertices of the pentagon respectively. Each sector touches the adjacent sectors.

Rajah 3 menunjukkan sekeping kadkod berbentuk pentagon sekata. Terdapat lima buah sektor yang kongruen di dalam pentagon dengan masing-masing berpusat pada bucu-bucu pentagon itu. Setiap sektor itu bersentuhan dengan sektor-sektor yang bersebelahannya.

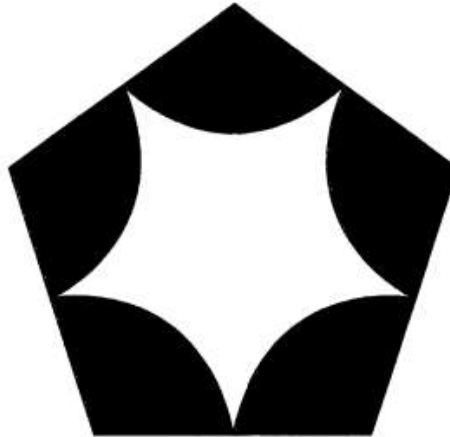


Diagram 3
Rajah 3

It is given the perimeter of the yellow coloured region is 18π cm.

Diberi perimeter bagi kawasan berwarna kuning ialah 18π cm.

[Use / Guna $\pi = 3.142$]

- (a) Find the side length, in cm, of the pentagon to the nearest integer.
Cari panjang sisi, dalam cm, bagi pentagon itu kepada integer terhampir.
- (b) A red circle with maximum circumference is drawn in the yellow coloured region.
Calculate the area, in cm^2 , of the remaining yellow coloured region.
Sebuah bulatan berwarna merah dengan lilitan maksimum dilukis pada kawasan berwarna kuning.
Hitung luas, dalam cm^2 , baki kawasan berwarna kuning.

Soalan bahagian (a), menghendaki calon untuk mencari panjang sisi, dalam cm, bagi pentagon itu kepada integer terhampir. Bahagian (b) pula menghendaki calon untuk menghitung luas, dalam cm^2 , baki kawasan berwarna kuning setelah sebuah bulatan berwarna merah dengan lilitan maksimum dilukis pada kawasan berwarna kuning tersebut.

Jawapan (a)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\theta = \frac{(5-2)180}{5}$$
$$\theta = 108^\circ$$
$$\theta = \frac{108 \times 3.142}{180}$$
$$\theta = 1.8852 \text{ rad}$$
$$\frac{18\pi}{5} = 1.8852j$$
$$j = \frac{3.6\pi}{1.8852} \quad j = 6 \text{ cm}$$
$$j = \frac{3.6\pi}{0.6\pi} \quad \therefore \text{panjang sisi}$$
$$j = 6 \text{ cm} \quad = 6 \times 2$$
$$= 12 \text{ cm}$$

Calon dapat menentukan sudut pedalaman bagi pentagon iaitu 108° . Calon menggunakan nilai perimeter berwarna kuning, 18π , sebagai jumlah panjang lengkok bagi sektor berwarna biru. Calon dapat menggunakan rumus panjang lengkok, $s = j\theta$, untuk mencari jejari sektor berwarna biru dan seterusnya panjang sisi pentagon iaitu dua kali ganda panjang jejari sektor biru untuk bahagian (a).

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$$\theta = 108$$
$$= 108 \times \frac{\pi}{180}$$
$$= 1.885 \text{ rad}$$
$$s = 5r\theta$$
$$18\pi = 5r(1.885)$$
$$18\pi = 9.425r$$
$$\frac{18(3.142)}{9.425} = r$$
$$6 = r$$

panjang sisi pentagon = 6cm

Calon menganggap jejari sektor biru sebagai sisi pentagon. Sepatutnya calon dapat memahami maksud sisi pentagon dengan betul.

Contoh 2:

$a) 18\pi$	$S = j\theta$
$= 18(3.142)$	$11.3112 = j(108)$
$= 56.556$	$\therefore j = 0.1047$
$56.556 \div 5$	panjang sisi = $j \times 2$
$= 11.3112 = \text{panjang lengkok}$	$= 0.1047 \times 2$
$p1 = s = j\theta$	$= 0.2095 \text{ cm}$

Calon menggunakan sudut 108° semasa menggunakan rumus $s = j\theta$. Calon hendaklah menukarkan sudut 108° terlebih dahulu kepada radian sebelum menggantikannya dalam rumus $s = j\theta$.

Jawapan (b)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

panjang pusat pentagon ke bucu	
$= \cos\left(\frac{108}{2}\right) = \frac{6}{x}$	
$x = \frac{6}{0.588}$	
$x = 10.208 \text{ cm}$	
jejari maksimum bulatan \rightarrow luas baki kuning	
$= 10.208 - 6$	$= 247.75 - 169.668 -$
$= 4.208 \text{ cm}$	4.208 55.63
luas bulatan maksimum bulatan	$= 22.452 \text{ cm}^2$
$= (4.208)^2(3.142)$	
$= 59.63 \text{ cm}^2$	
luas pentagon	
$= 5\left(\frac{1}{2}(10.208)^2 \sin 108\right)$	
$= 247.75 \text{ cm}^2$	
luas sektor biru	
$= 5\left(\frac{1}{2}(6)^2(1.8852)\right)$	
$= 169.668$	

Calon dapat mencari luas sektor biru dengan menggunakan rumus $L = \frac{1}{2}j^2\theta$, seterusnya mencari luas pentagon menggunakan luas segi tiga. Calon dapat menggunakan rumus $L = \pi j^2$ untuk mencari luas bulatan merah seterusnya calon dapat mencari luas kawasan baki berwarna kuning dengan menolak luas pentagon dengan luas sektor biru dan luas sektor merah.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

b) radius of red circle = <u>$12 - 6$</u>	10
$= 6 \text{ cm}$	
area of red circle = $2(3.142)(6)$	
$= 37.704 \text{ cm}^2$	

Calon menganggap jejari sektor biru = jejari bulatan merah = 6 cm. Sepatutnya, calon mencari jejari bulatan merah menggunakan konsep segi tiga kali sama sebelum menolak jejari sektor biru.

Contoh 2:

$$\begin{aligned}\tan 0.9425 &= \frac{x}{6} \\ x &= \underline{8.23 \text{ cm}} \\ \text{Area of pentagon} &= \left[\frac{1}{2} (6)(8.23) \right] \times 10 \\ &= 246.9 \text{ cm}^2 \\ \text{Area of blue region} &= \left[\frac{1}{2} (6)^2 (1.8852) \right] \times 5 \\ &= 169.67 \text{ cm}^2 \\ \text{Area of yellow before circle} &= 246.9 - 169.67 \\ &= 77.23 \text{ cm}^2 \\ \text{Area of circle} &= 3.142 (2.27)^2 \\ &= 15.62 \text{ cm}^2 \\ \text{Area remaining} &= 77.23 - 15.62 \\ &= 61.61 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Calon tidak dapat mencari jejari bulatan merah dan tidak dapat mencari luas pentagon dengan betul. Calon tidak mampu menjawab ceraiian soalan ini dengan betul.

2.3 CADANGAN / SYOR

2.3.1 Calon

- a. Calon seharusnya menguasai kemahiran asas Matematik seperti operasi asas yang melibatkan nombor negattif, kemahiran algebra, menyelesaikan persamaan serentak dan menyelesaikan persamaan kuadratik.
- b. Calon harus memberi sepenuh tumpuan dalam kelas, sentiasa bertanya dan berbincang dengan guru atau rakan-rakan.
- c. Calon harus melakukan latihan yang banyak bagi soalan berbentuk penyelesaian masalah dan KBAT serta cuba menyelesaikan semua soalan SPM tahun-tahun lepas.
- d. Calon digalakkan menulis rumus sebelum menggantikan nilai ke dalam rumus.
- e. Elakkan pembundaran pada peringkat awal penyelesaian. Jawapan mesti diberi dalam bentuk yang paling ringkas.
- f. Gunakan kalkulator saintifik secara maksimum untuk membantu pengiraan. Belajar bagaimana menggunakan kalkulator untuk menyemak jawapan bagi persamaan kuadratik, persamaan serentak, sudut-sudut dalam radian dan darjah.
- g. Sentiasa cuba melakar rajah untuk memudahkan pemahaman kehendak soalan.
- h. Calon harus menunjukkan semua langkah kerja yang penting.
- i. Semasa peperiksaan, calon perlu memastikan semua soalan di Bahagian A telah dijawab.

2.3.2 Guru

- a. Guru mesti menguasai isi kandungan, konsep dan kemahiran semua tajuk Tingkatan 4 dan Tingkatan 5 Matematik Tambahan dengan baik.
- b. Guru perlu mempelbagaikan kaedah pengajaran dan pembelajaran bersesuaian dengan PAK21 bagi menarik minat murid dan menghasilkan pembelajaran yang berkesan.
- c. Guru mesti memastikan murid lemah memahami konsep asas sesuatu tajuk, memperoleh kemahiran asas pembezaan dan menyelesaikan persamaan kuadratik secara.
- d. Guru seharusnya mendedahkan kepada murid strategi, teknik-teknik menjawab soalan secara berkesan semasa peperiksaan.
- e. Guru-guru peringkat menengah rendah perlu memainkan peranan utama untuk memastikan asas-asas algebra seperti pengembangan dan manipulasi algebra dikuasai oleh murid pada peringkat itu.
- f. Guru perlu beri pendedahan dan menerapkan kemahiran menjawab soalan KBAT dalam pembelajaran.
- g. Guru perlu mengenali murid-muridnya dan mengajar mengikut tahap kemampuan mereka. Kenal pasti kelemahan murid supaya tindakan pemulihan dapat dilakukan di peringkat awal.
- h. Guru mesti sentiasa mengaitkan tajuk dalam Matematik Tambahan dengan Matematik dan penggunaannya dalam kehidupan harian supaya murid tidak menganggap Matematik Tambahan sukar.
- i. Guru perlu berhubung dengan ibu bapa murid untuk berbincang mengenai langkah mengatasi kelemahan murid.

3.0 BAHAGIAN B

3.1 PRESTASI CALON

3.1.1 Prestasi Keseluruhan

Keseluruhannya, prestasi calon dalam bahagian B adalah pada tahap sederhana. Markah minimum ialah 0 dan markah maksimum ialah 40. Calon dapat menunjukkan prestasi baik bagi tajuk Geometri Koordinat dan Hukum Linear tetapi kurang menguasai tajuk-tajuk seperti Taburan Kebarangkalian, Pengamiran dan Fungsi Trigonometri.

3.1.2 Prestasi Mengikut Kumpulan

Kumpulan Prestasi Tinggi

Calon dalam kumpulan ini boleh menjawab semua soalan seperti yang dikehendaki. Terdapat juga calon yang menjawab lebih daripada 4 soalan dalam Bahagian B.

Calon memahami soalan, menggunakan rumus dan kaedah yang betul, menggunakan konsep yang betul dan dapat menyelesaikan masalah dengan cara kerja yang kemas dan tepat. Cara kerja yang ditunjukkan adalah tersusun dan sistematik.

Calon mempunyai pengetahuan yang baik dan kemahiran aplikasi dalam mata pelajaran Matematik Tambahan berdasarkan kepada jawapan yang diberikan oleh calon.

Jawapan yang diberikan sesuai dengan kehendak soalan dan jawapan akhir untuk setiap soalan adalah betul dan selaras dengan skema markah yang diberi.

Kumpulan Prestasi Sederhana

Prestasi calon adalah memuaskan. Calon-calon berjaya menjawab yang berasaskan kemahiran asas tetapi calon tidak dapat menjawab dengan baik bagi soalan berasaskan aplikasi.

Calon boleh menjawab kebanyakan soalan tetapi berhadapan dengan masalah apabila menjawab soalan yang lebih tinggi aras kesukarannya.

Jawapan yang diberikan menunjukkan pemahaman mereka tentang kandungan sukatan pelajaran yang telah dipelajari, tetapi mereka tidak menguasai kemahiran yang cukup untuk mengaplikasikan konsep tersebut dalam bahagian yang tertentu.

Calon tidak dapat menjawab dengan baik dalam Bahagian B soalan 7(a)(b), 10(a)(i)(ii)(b)(i)(ii) dan 11(d).

Sebilangan calon masih cuai dalam pengiraan dan manipulasi algebra. Pengiraan yang ditunjukkan kurang jelas dan langkah-langkah yang penting tidak ditunjukkan.

3.2 KUPASAN JAWAPAN

SOALAN 7 : TABURAN KEBARANGKALIAN

- (a) In a residential area, it is found that the probability of a family owns a motorcycle is p . It is given the number of families who own a motorcycle have a mean of 60 and a standard deviation of 6.

Dalam suatu kawasan perumahan, didapati bahawa kebarangkalian satu keluarga memiliki sebuah motosikal ialah p . Diberi min bagi bilangan keluarga memiliki sebuah motosikal ialah 60 dan sisihan piawainya ialah 6.

- (i) Find the value of p .

Cari nilai p .

- (ii) If 10 families are selected at random, find the probability that 3 families own a motorcycle.

Jika 10 keluarga dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa 3 keluarga mempunyai sebuah motosikal.

- (b) The length of pencils produced by a factory follows a normal distribution with a mean of μ and a standard deviation of σ . If a pencil is chosen at random, the probability that the length of the pencil is more than 19 cm is 0.2025 while the probability that the length of the pencil is more than 16 cm is 0.9522.

Calculate the value of μ and of σ .

Panjang pensel yang dihasilkan oleh sebuah kilang mengikut taburan normal dengan min μ dan sisihan piawai σ . Jika sebatang pensel dipilih secara rawak, kebarangkalian panjang pensel itu melebihi 19 cm ialah 0.2025 manakala kebarangkalian panjang pensel itu melebihi 16 cm ialah 0.9522.

Hitung nilai μ dan nilai σ .

Soalan bahagian (a) menghendaki calon menggunakan rumus min $\mu = np$ dan sisihan piawai, $\sigma = \sqrt{npq}$ untuk mencari nilai p dan menggunakan rumus $P(X = r) = {}^n C_r p^r q^{n-r}$.

Soalan bahagian (b) menghendaki calon menentukan nilai skor z bagi kebarangkalian yang diberi untuk membentuk persamaan serentak yang melibatkan μ dan σ menggunakan rumus $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$. Seterusnya menyelesaikan persamaan serentak.

Jawapan (a)(i) dan (ii)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$(i) np = 60$$

$$np(1-p) = 36$$

$$\frac{n = 60}{p}$$

$$\frac{60}{p} (1-p) = 36$$

$$60(1-p) = \frac{36}{60}$$

$$p = \frac{2}{5}$$

$$(ii) {}^{10}C_3 (0.4)^3 (0.6)^7 = 0.21499$$

Calon dapat menggunakan rumus min $\mu = np$ dan sisihan piawai, $\sigma = \sqrt{npq}$ untuk mencari nilai p dan menggunakan rumus $P(X = r) = {}^nC_r p^r q^{n-r}$.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad \mu &= np \\ \mu &= 60 \\ n &= 6 \quad \text{PO} \\ p &= \frac{60}{6} \quad \text{KO} \\ p &= 10 \quad \text{NO} \\ \text{(ii)} \quad {}^{10}P_3 &= 720 \quad \text{KO} \quad \text{NO} \\ {}^{10}C_3 &= 120 \quad \text{SOS} \end{aligned}$$

- (a) (i) Calon tidak menggunakan rumus $\mu = np$ secara anggapan nilai $n = 6$ dan tidak menggunakan formula sisihan piawai, $\sigma = \sqrt{npq}$. Calon sepatutnya menggunakan kedua-dua formula untuk menyelesaikan persamaan serentak.
- (ii) Calon menggunakan rumus ${}^n P_r$. Sepatutnya calon tidak menggunakan rumus $P(X = r) = {}^n C_r p^r q^{n-r}$ untuk mencari kebarangkalian.

Contoh 2:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{npq} & 60 &= np \\ 6 &= \sqrt{60(p)} \quad \text{PO KO} \\ 6^2 &= 60p \\ 36 &= 60p \\ p &= 0.6 \quad \text{NO} \\ P(X=3) &= {}^{10}C_3 (0.6)^3 (0.4)^7 \\ &= 0.0423 \quad \text{NO} \end{aligned}$$

- (a) (i) Calon tidak dapat membuat penggantian dengan betul semasa menyelesaikan persamaan serentak. Sepatutnya calon menggantikan $6 = \sqrt{60q}$.

Jawapan (b)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{aligned} P(X > 19) &= 0.2025 \\ P(X > 16) &= 0.9522 \\ \\ P\left(Z > \frac{19 - \mu}{\sigma}\right) &= 0.2025 \\ \frac{19 - \mu}{\sigma} &= 0.833 \quad \text{--- (1)} \\ \\ P\left(Z > \frac{16 - \mu}{\sigma}\right) &= 0.9522 \\ \frac{16 - \mu}{\sigma} &= -1.667 \quad \text{--- (2)} \\ \\ \textcircled{1} \quad \mu &= 19 - 0.833\sigma \\ \textcircled{2} \quad 16 - 19 + 0.833\sigma &= -1.667\sigma \\ \sigma &= 1.2 \\ \\ \textcircled{1} \quad \mu &= 19 - 0.833(1.2) \\ &= 18 \end{aligned}$$

(b) Calon dapat membaca kedua-dua nilai skor-z daripada buku sifir dengan betul berdasarkan nilai kebarangkalian yang diberi. Kemudian calon dapat menggantikan nilai z tersebut dalam rumus $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ untuk membentuk persamaan yang melibatkan σ dan μ dan seterusnya menyelesaikan persamaan serentak bagi mencari nilai bagi σ dan μ .

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

b)	$P(X > 19) = 0.2025$	$16 - (19 - 0.2025\sigma) = 0.9522\sigma$
	$P(X > 16) = 0.9522$	σ
	$P\left(X > \frac{19 - \mu}{\sigma}\right) = 0.2025$	$16 - 19 + 0.2025\sigma = 0.9522\sigma$
		$-3 = 0.7527\sigma$
	$P\left(X > \frac{16 - \mu}{\sigma}\right) = 0.9522$	$\sigma = -3.9857$
		$19 - 0.2025(-3.9857) = \mu$
	$\frac{19 - \mu}{\sigma} = 0.2025$	$\mu = 19.81$
	$\frac{19 - \mu}{\sigma} = 0.2025\sigma$	
	$19 - 0.2025\sigma = \mu$	

Calon menganggap nilai kebarangkalian sebagai nilai skor-z. Calon hendaklah mencari nilai skor z daripada nilai kebarangkalian yang diberi.

Contoh 2:

$$\begin{array}{l}
 p(z > 19) = 0.025 \qquad p(z > 16) = 0.9522 \\
 p\left(z > \frac{19 - \mu}{\sigma}\right) = 0.025 \qquad p\left(z > \frac{16 - \mu}{\sigma}\right) = 1 - 0.9522 \\
 p(z > 0.834) = 0.025 \qquad p\left(z > \frac{16 - \mu}{\sigma}\right) = 0.0478 \\
 \qquad \qquad \qquad p(z > 1.667) = 0.0478 \\
 \hline
 \frac{19 - \mu}{\sigma} = 0.834 \quad \text{ko} \quad \frac{16 - \mu}{\sigma} = 1.667 \\
 \hline
 19 - \mu = 0.834\sigma \qquad 16 - \mu = 1.667\sigma \\
 \mu = 19 - 0.834\sigma \quad \text{--- (1)} \qquad \mu = 16 - 1.667\sigma \quad \text{--- (2)} \\
 \hline
 \textcircled{1} - \textcircled{2} \\
 0 = 3 + 0.833\sigma \qquad \text{when } \sigma = -3.6 \\
 0.833\sigma = -3 \qquad \mu = 19 - 0.834(-3.6) \\
 \sigma = -3.6 \quad \text{ko} \qquad \mu = 22 \quad \text{ko}
 \end{array}$$

Calon silap dalam bacaan nilai skor-z terutama yang melibatkan nilai skor-z negatif. Calon perlu membuat lakaran graf normal untuk membantu memastikan z positif atau negatif.

SOALAN 8 :

Use the graph paper provided on page 21 to answer this question. Detach the graph paper and tie it together with your answer booklet.

Gunakan kertas graf yang disediakan pada halaman 21 untuk menjawab soalan ini. Ceraikan kertas graf itu dan ikat bersama-sama buku jawapan anda.

Table 1 shows the values of two variables, x and y , obtained from an experiment.

The variables x and y are related by the equation $y = p(2.8)^{-\frac{q}{x}}$, where p and q are constants.

Jadual 1 menunjukkan nilai-nilai bagi dua pemboleh ubah, x dan y , yang diperolehi daripada suatu eksperimen. Pemboleh ubah x dan y dihubungkan oleh persamaan

$y = p(2.8)^{-\frac{q}{x}}$, dengan keadaan p dan q ialah pemalar.

x	1.5	2.0	3.0	4.2	6.3	10.0
y	6.6	11.7	16.2	26.3	30.2	47.9

Table 1
Jadual 1

- (a) Based on Table 1, construct a table for the values of $\frac{1}{x}$ and $\log_{10}y$.

Berdasarkan Jadual 1, bina satu jadual bagi nilai-nilai $\frac{1}{x}$ dan $\log_{10}y$.

- (b) Plot $\log_{10}y$ against $\frac{1}{x}$, using a scale of 2 cm to 0.1 unit on the $\frac{1}{x}$ -axis and 2 cm to 0.2 unit on the $\log_{10}y$ -axis.

Hence, draw the line of best fit.

Plot $\log_{10}y$ melawan $\frac{1}{x}$, menggunakan skala 2 cm kepada 0.1 unit pada paksi- $\frac{1}{x}$ dan 2 cm kepada 0.2 unit pada paksi- $\log_{10}y$.

Seterusnya, lukis garis lurus penyuaian terbaik.

- (c) Using the graph in 8(b), find the value of

Menggunakan graf di 8(b), cari nilai

- (i) p ,
(ii) q .

Soalan menghendaki calon untuk membina jadual nilai bagi $\frac{1}{x}$ dan $\log_{10}y$, seterusnya memplotkan titik-titik menggunakan skala yang diberi dan melukis garis lurus penyuaian terbaik. Seterusnya calon dikehendaki menggunakan graf untuk mencari nilai p dan q .

Jawapan (a)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$\frac{1}{x}$	0.67	0.50	0.33	0.24	0.16	0.10
$\log_{10} y$	0.82	1.07	1.21	1.42	1.48	1.68

Calon dapat membina jadual nilai dengan tepat sekurang-kurangnya dua tempat perpuluhan.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

x	1.5	2.0	3.0	4.2	6.3	10.0	
y	6.6	11.7	16.2	26.3	30.2	47.9	
$\frac{1}{x}$	0.67	0.5	0.33	0.23	0.16	0.1	X NO
$\log_{10} y$	0.82	1.07	1.21	1.42	1.48	1.7	Y

Calon membuat pembundaran yang salah terhadap satu nilai $\frac{1}{x}$, sepatutnya 0.24.

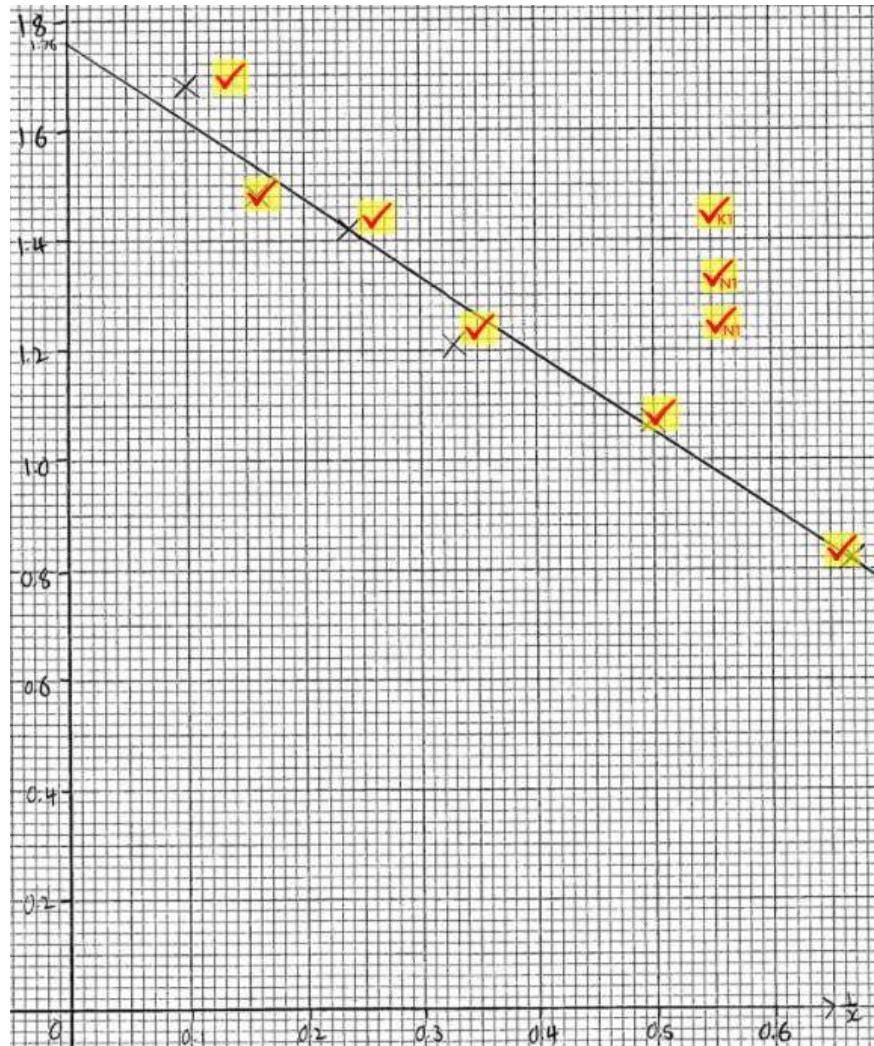
Contoh 2:

$\frac{1}{x}$	0.7	0.5	0.3	0.2	0.1	0.1	NO
$\log_{10} y$	0.8	1.1	1.2	1.4	1.5	1.7	NO

Calon membundarkan nilai kepada satu tempat perpuluhan. Calon hendaklah membundarkan kepada sekurang-kurangnya dua tempat perpuluhan.

Jawapan (b)

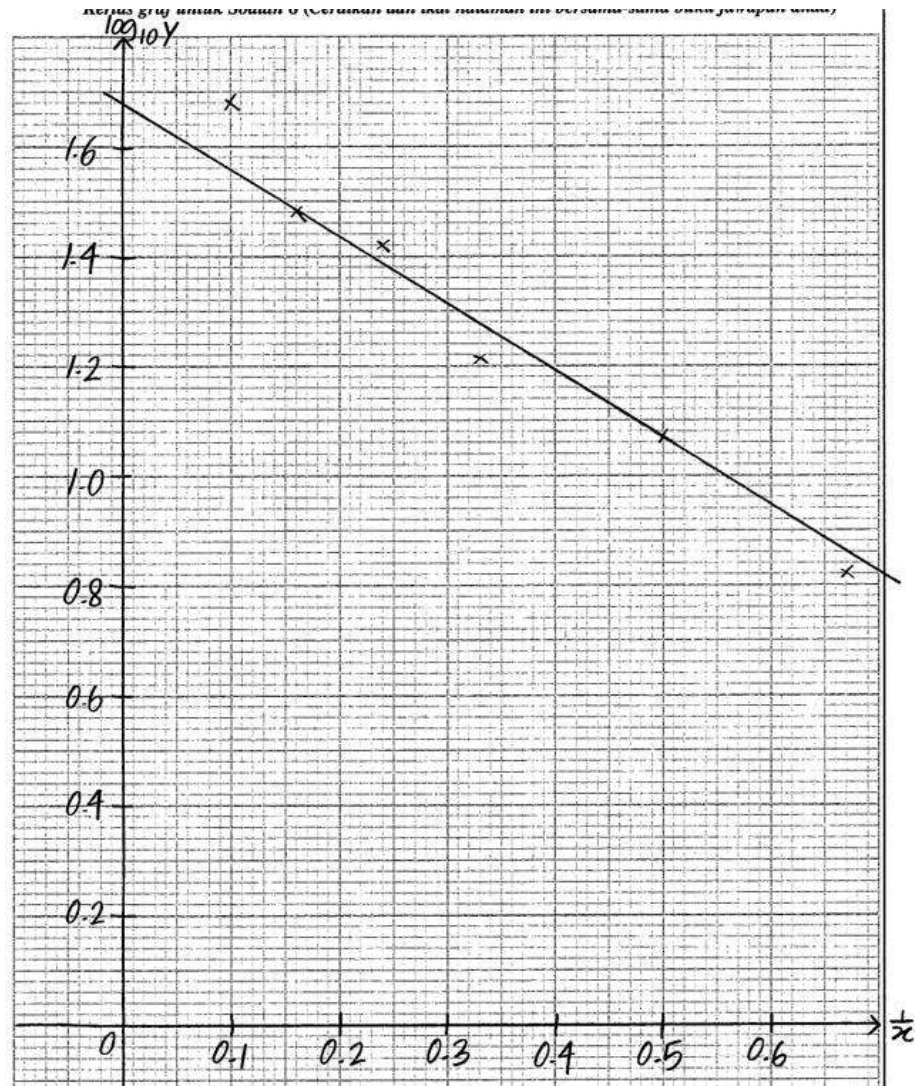
Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi



Calon dapat memplot semua titik dengan tepat dan melukis garis lurus penyuaiian terbaik

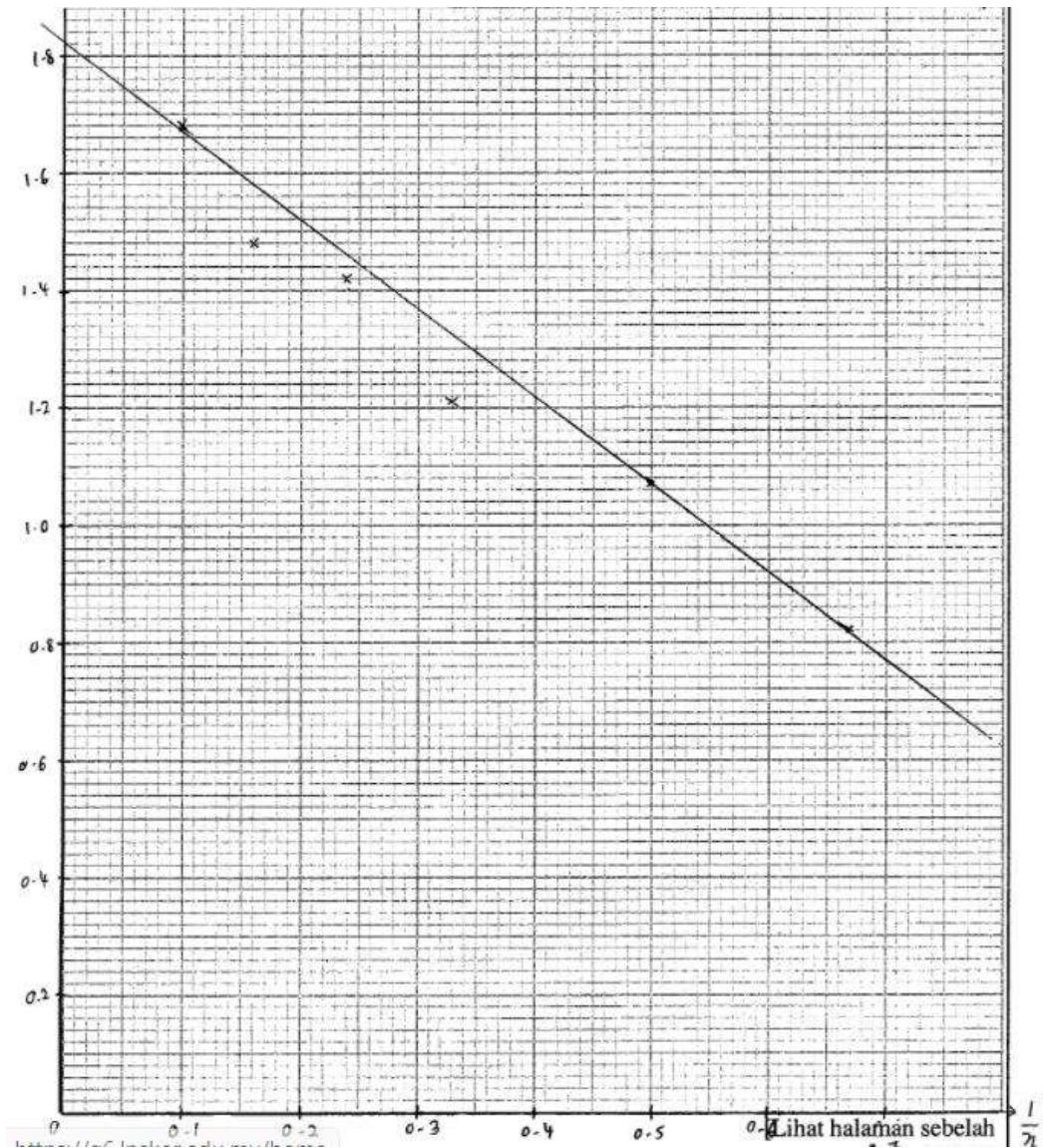
Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:



Calon dapat memplotkan semua titik dengan tepat tetapi tidak dapat melukis garis lurus penyuaiian terbaik kerana terdapat satu titik yang jaraknya jauh daripada garis lurus yang dilukis. Sepatutnya ciri seimbang pada garis lurus penyuaiian terbaik ialah jarak titik di luar garis adalah hampir seragam.

Contoh 2:



Calon dapat memplotkan semua titik dengan tepat tetapi tidak dapat melukis garis lurus penyuaian terbaik kerana bilangan titik tidak seimbang. Sepatutnya bilangan titik di luar garis mestilah seimbang di atas dan di bawah garis lurus.

Jawapan (c)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{aligned} (c) \text{ (ii) } y &= p(2.8)^{-\frac{q}{x}} \\ \log_{10} y &= \log_{10} p(2.8)^{-\frac{q}{x}} \\ \log_{10} y &= -\frac{q}{x} \log_{10} p(2.8) + \log_{10} p \\ \log_{10} y &= -\frac{q}{x} \log_{10} 2.8 + \log_{10} p \\ \log_{10} y &= (-q \log_{10} 2.8) \left(\frac{1}{x}\right) + \log_{10} p \quad \text{--- (1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{From graph, } m &= \frac{0.67 - 0.11}{0.67 - 0.24} = \frac{0.52 - 1.02}{0.67 - 0.24} \\ &= \frac{-0.6}{0.43} \\ &= -1.395 \\ c &= 1.76 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_{10} y &= -1.395 \left(\frac{1}{x}\right) + 1.76 \quad \text{--- (2)} \\ \text{Compare } \frac{1}{x}: -q \log_{10} 2.8 &= -1.395 \\ -q &= \frac{-1.395}{\log_{10} 2.8} \\ -q &= -0.312 \\ q &= 0.312 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Compare constant: } \log_{10} p &= 1.76 \\ p &= 10^{1.76} \\ &= 57.544 \end{aligned}$$

$$\therefore p = 57.544, q = 0.312$$

Calon dapat menukarkan persamaan tak linear kepada bentuk linear seterusnya menggunakan graf iaitu mencari kecerunan untuk mencari nilai q dan membaca nilai pintasan untuk mencari nilai p.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$$\begin{aligned}
 (c)(i) \quad y &= p(2.8)^{-\frac{q}{x}} \\
 \log_{10} y &= \log_{10} p - \frac{q}{x} \log_{10} 2.8 \\
 \log_{10} y &= \log_{10} p - \frac{1}{x} (q \log_{10} 2.8) \\
 \log_{10} p &= 1.76 \\
 10^{1.76} &= p \\
 p &= 57.54 \\
 \\
 (ii) \quad q \log_{10} 2.8 &= \frac{0.82 - 1.42}{0.67 - 0.24} \\
 0.4472q &= -1.395 \\
 q &= \frac{-1.395}{0.4472} \\
 q &= -3.120
 \end{aligned}$$

Calon dapat menukarkan persamaan tak linear kepada bentuk linear tetapi melakukan kesilapan algebra semasa membandingkan kecerunan. Sepatutnya kecerunan = $-q \log_{10} 2.8$.

Contoh 2:

$\log_{10} p = 1.73$	$m = -2.0435$	$\log_{10} y = -\frac{q}{x} \log_{10} 2.8 + \log_{10} p$
$p = 10^{1.73}$	$-q(\log_{10} 2.8) = -2.0435$	$\log_{10} y = (\log_{10} 2.8)^{-\frac{q}{x}} + \log_{10} p$
	$-q = -4.56997$	$Y = mX + c$
	$q = 4.56997$	$\log_{10} y = -q(\log_{10} 2.8)^{\frac{1}{x}} + \log_{10} p$

Calon tidak menggunakan graf untuk nilai kecerunan yang digunakan calon tidak menunjukkan pilihan 2 titik daripada graf untuk mencari kecerunan. Calon perlu memilih mana-mana 2 titik yang sesuai pada graf garis lurus untuk mencari kecerunan.

SOALAN 9: PENGAMIRAN

Diagram 4 shows a part of the curve $y = f(x)$ and the straight line $y = \frac{3}{2}x$.

Rajah 4 menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = f(x)$ dan garis lurus $y = \frac{3}{2}x$.

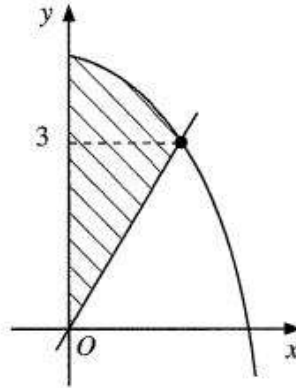


Diagram 4
Rajah 4

(a) Given $\int_0^2 f(x) dx = 11\frac{1}{3}$, find the area of the shaded region.

Diberi $\int_0^2 f(x) dx = 11\frac{1}{3}$, cari luas rantau berlorek.

(b) It is given the gradient function of the curve is $-2x$.

Diberi fungsi kecerunan bagi lengkung itu ialah $-2x$.

(i) Find the equation of the curve.

Cari persamaan lengkung itu.

(ii) Find the volume of revolution, in terms of π , when the shaded region bounded by the curve, the straight line $y = 3$ and the y-axis is revolved through 360° about the y-axis.

Cari isi padu kisanan, dalam sebutan π , apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung, garis lurus $y = 3$ dan paksi-y dikisarkan melalui 360° pada paksi-y.

Soalan bahagian (a) menghendaki calon untuk mencari luas rantau berlorek dengan menggunakan konsep kamiran iaitu $\int_0^2 f(x) dx = 11\frac{1}{3}$ tolak luas segi

tiga ($\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$). Bahagian (b) (i) pula calon dikehendaki mencari persamaan

lengkung daripada fungsi kecerunan $\frac{dy}{dx} = -2x$, iaitu $y = \int -2x dx$. Dalam (b)(ii)

calon dikehendaki menentukan rantau yang dibatasi oleh lengkung, garis lurus $y = 3$ dan paksi-y. Seterusnya mencari isipadu kisanan rantau tersebut apabila dikisarkan melalui 360° pada paksi-y, menggunakan rumus $V = \int_a^b \pi x^2 dy$.

Jawapan (a), (b)(i) dan (ii)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

(a)	$y = \frac{3}{2}x$	$A_{\text{Berlorek}} = \int_0^2 f(x) dx - \left[\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \right]$
	$3 = \frac{3}{2}x$	$= 11 \frac{1}{3} - 3$
	$2 = x$	$= \frac{25}{3}$
	$A = (2, 3)$	
(b)(i)	$\frac{dy}{dx} = -2x$	$3 = -(2)^2 + c$
		$3 = -4 + c$
	$y = \int (-2x) dx$	$7 = c$
	$y = \frac{-2x^2}{2} + c$	$y = -x^2 + 7$
(ii)	$y = -x^2 + 7$	$V = \int_a^b \pi x^2 dy$
	$x^2 = 7 - y$	$= \pi \int_3^7 (7 - y) dy$
		$= \pi \left[7y - \frac{y^2}{2} \right]_3^7$
		$= \pi \left[\left[7(7) - \frac{(7)^2}{2} \right] - \left[7(3) - \frac{(3)^2}{2} \right] \right]$
		$= \pi [24.5 - 16.5]$
		$= 8\pi$

Bahagian (a) calon dapat mencari luas rantau berlorek dengan menggunakan konsep kamiran iaitu $\int_0^2 f(x) dx = 11 \frac{1}{3}$ tolak luas segi tiga ($\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$).

Bahagian (b) (i) calon dapat mencari persamaan lengkung daripada fungsi kecerunan $\frac{dy}{dx} = -2x$, iaitu $y = \int -2x dx$. Dalam (b)(ii) calon dapat menentukan

rantau yang dibatasi oleh lengkung, garis lurus $y = 3$ dan paksi-y. Seterusnya dapat mencari isipadu kisan rantau tersebut apabila dikisarkan melalui 360° pada paksi-y, menggunakan rumus $I = \pi \int_3^7 (7 - y) dy$.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh: Bahagian (a)

$$\int_0^2 \frac{3}{2}x \, dx = 11 \frac{1}{3}$$
$$\int_0^2 \frac{3}{2} = 11 \frac{1}{3} \quad \text{PO} \quad \text{KO} \quad \text{KO}$$
$$\int_0^2 f(x) \, dx = 17 \text{ cm}^2 \quad \text{NO}$$

Bahagian (a), calon tidak mampu mencari luas rantau berlorek dengan betul disebabkan kurang menguasai konsep kamiran tentu sebagai luas di bawah lengkung.

Contoh: Bahagian (b)i

$$\frac{dy}{dx} = -2x$$
$$m = -2 \quad \text{KO}$$
$$y = mx + c \quad (2, 3)$$
$$3 = -2(2) + c \quad \text{KO}$$
$$c = 7$$
$$y = -2x + 7 \quad \text{NO}$$

Bahagian (b) (i), calon tidak menggunakan konsep kamiran iaitu persamaan lengkung, $y = \int -2x \, dx$.

Contoh: Bahagian (b)(ii)

$$x^2 = 7 - y$$
$$\pi \int_0^3 7 - y \, dy$$
$$\pi \left[\frac{7y - y^2}{2} \right]_0^3 \quad \text{KO} \quad \text{KI}$$
$$\pi \left(\frac{7(3) - 3^2}{2} \right) - \left(\frac{7(0) - (0)^2}{2} \right) \quad \text{KO}$$
$$= 6\pi \quad \text{NO}$$

Bahagian (b) (ii), calon telah menggunakan had kamiran yang salah.

SOALAN 10: FUNGSI TRIGONOMETRI

(a) Prove $\frac{\cos 2x + 2 \sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2} \sin 2x} = 2 \tan x$.

Buktikan $\frac{\cos 2x + 2 \sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2} \sin 2x} = 2 \tan x$.

(b) Hence,

Seterusnya,

(i) sketch the graph of $y = \frac{\cos 2x + 2 \sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2} \sin 2x} - \frac{1}{2}$ for $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$,

lakar graf bagi $y = \frac{\cos 2x + 2 \sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2} \sin 2x} - \frac{1}{2}$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$,

(ii) solve the equation $\frac{\cos 2x + 2 \sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2} \sin 2x} = \frac{\cos \frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}x}$ for $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$.

selesaikan persamaan $\frac{\cos 2x + 2 \sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2} \sin 2x} = \frac{\cos \frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}x}$ untuk $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$

Soalan bahagian (a) menghendaki calon untuk membuktikan $\frac{\cos 2x + 2 \sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2} \sin 2x} = 2 \tan x$ menggunakan rumus sudut berganda.

Bahagian (b) (i) menghendaki calon dikehendaki menggunakan pembuktian daripada (a) untuk melakarkan graf bagi $y = \frac{\cos 2x + 2 \sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2} \sin 2x} - \frac{1}{2}$ untuk

$$0^\circ \leq x \leq 360^\circ$$

Bahagian (b) (ii) menghendaki calon menggunakan pembuktian daripada (a) untuk menyelesaikan persamaan $\frac{\cos 2x + 2 \sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2} \sin 2x} = \frac{\cos \frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}x}$ untuk $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$

Jawapan (a)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{aligned}\frac{\cos 2x + 2\sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2}\sin 2x} &= \frac{\cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2}(2\sin x \cos x)} \\ &= \frac{\cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin x - 1}{\cos x - \sin x \cos x} \\ &= \frac{1 - \sin^2 x - \sin^2 x + 2\sin x - 1}{\cos x - \sin x \cos x} \\ &= \frac{-2\sin^2 x + 2\sin x}{\cos x (1 - \sin x)} \\ &= \frac{2\sin x - 2\sin^2 x}{\cos x (1 - \sin x)} \\ &= \frac{2\sin x (1 - \sin x)}{\cos x (1 - \sin x)} \\ &= \frac{2\sin x}{\cos x} \\ &= 2 \tan x\end{aligned}$$

Calon dapat menggantikan $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ atau $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ dan dapat meringkaskan ungkapan trigonometri dengan memfaktor.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$$\begin{aligned}\frac{\cos 2x + 2\sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2}\sin 2x} &= 2 \tan x, \text{ buktikan} \\ &= \frac{1 - 2\sin^2 x + 2\sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2}(2\sin x \cos x)} \\ &= \frac{2\sin^2 x + 2\sin x}{\cos x - \sin x \cos x}\end{aligned}$$

Calon melakukan kesilapan semasa meringkaskan algebra. Sepatutnya,
 $-\frac{1}{2}(2\sin x \cos x) = -\sin x \cos x$

Contoh 2:

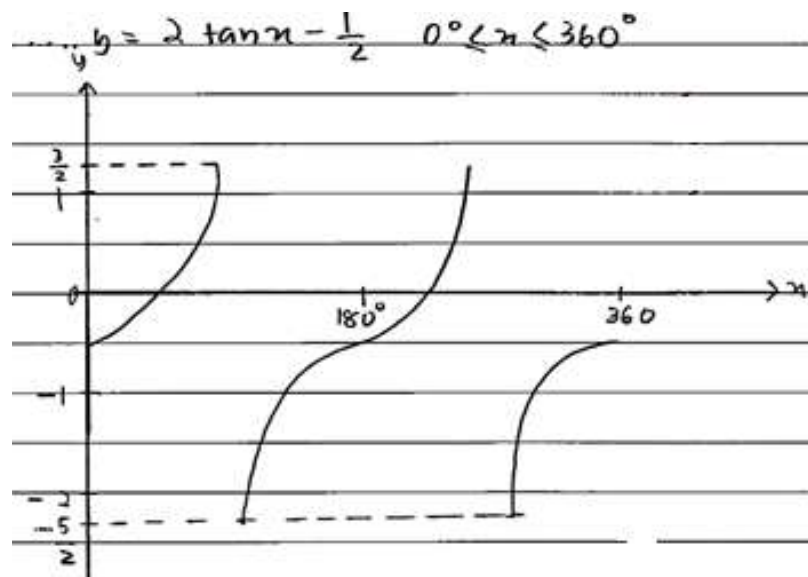
$$\frac{1 - \sin^2 x + 2 \sin x - 1}{\cos x} = \frac{1}{2} \sin 2x \quad \text{KO}$$

Section B 10.(a)

Calon melakukan kesilapan semasa menggantikan formula kos 2x. Sepatutnya formula yang betul ialah $1 - 2\sin^2 x$.

Jawapan (b)(i)

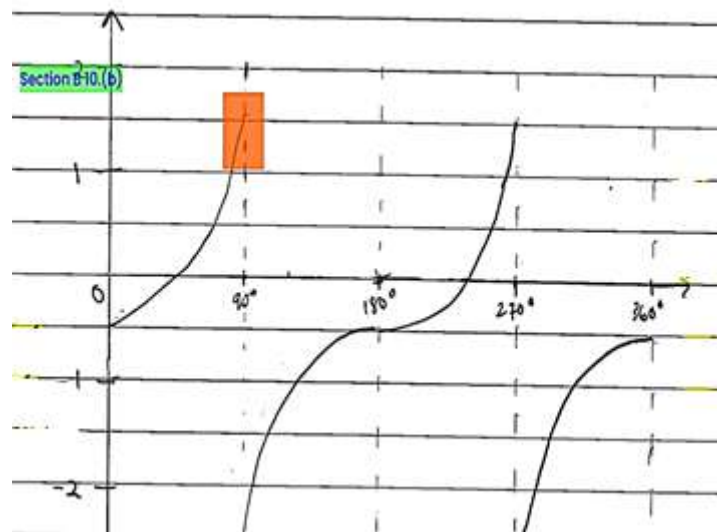
Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi



Calon dapat melakar graf tangen dengan kitaran dan anjakan yang betul dalam julat $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

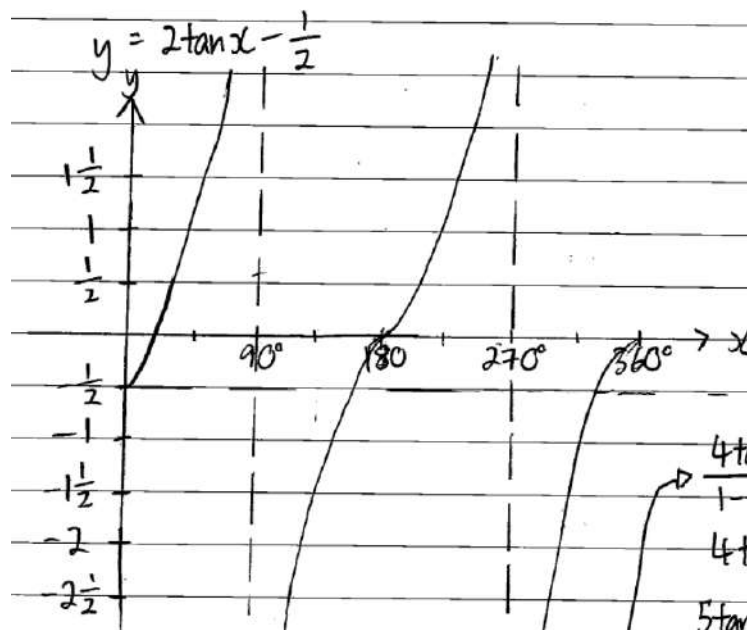
Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:



Calon melakar graf tangen tanpa mempertimbangkan asimptot. Sepatutnya, calon memahami konsep nilai tangen tidak tertakrif untuk sudut-sudut 90° dan 270° .

Contoh 2:



Calon tidak dapat melakar graf tangen sekurang-kurangnya 1.5 kitaran lengkap dalam 360° . Sepatutnya, calon menguasai bentuk asas graf tangen.

Jawapan (b)(ii)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{array}{l}
 \text{ii) } 2 \tan x = \frac{\cos \frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}x} \\
 2 \tan x = \cot \frac{1}{2}x \\
 2 \tan x = \frac{1}{\tan \frac{1}{2}x} \\
 2 \left(\frac{2 \tan \frac{1}{2}x}{1 - \tan^2 \frac{1}{2}x} \right) = \frac{1}{\tan \frac{1}{2}x} \\
 \frac{4 \tan \frac{1}{2}x}{1 - \tan^2 \frac{1}{2}x} = \frac{1}{\tan \frac{1}{2}x} \\
 4 \tan^2 \frac{1}{2}x = 1 - \tan^2 \frac{1}{2}x \\
 5 \tan^2 \frac{1}{2}x = 1 \\
 \tan^2 \frac{1}{2}x = \frac{1}{5} \\
 \tan \frac{1}{2}x = \frac{\sqrt{5}}{5} \\
 \frac{1}{2}x = 24.09^\circ \text{ or } 151^\circ \\
 x = 48.18^\circ
 \end{array}$$

Calon dapat menggunakan formula $2 \tan x$ dalam persamaan dengan

menggantikan rumus sudut berganda (sudut separuh) iaitu $\tan x = \frac{2 \tan \frac{1}{2}x}{1 - \tan^2 \frac{1}{2}x}$.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$$\begin{array}{l}
 \text{Question 10(a)} \\
 \frac{\cos 2x + 2 \sin x - 1}{\cos x - \frac{1}{2} \sin 2x} = \frac{\cos \frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}x} \\
 2 \tan \frac{1}{2}x = \frac{\cos \frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}x} \\
 \frac{2 \tan \frac{1}{2}x}{1 - \tan^2 \frac{1}{2}x} = \frac{\cos \frac{1}{2}x}{\sin \frac{1}{2}x} \\
 \frac{2 \sin \frac{1}{2}x \sin \frac{1}{2}x}{\cos \frac{1}{2}x \times \cos \frac{1}{2}x} = 1 - \tan^2 \frac{1}{2}x
 \end{array}$$

Calon melakukan kecuaiian algebra semasa menggantikan formula $2 \tan x$. Sepatutnya, gantikan formula itu didarab dengan 2

Contoh 2:

$\cos 2x + 2\sin x - 1$	$\cos \frac{1}{2}x$	
$\cos x - \frac{1}{2}\sin 2x$	$\sin \frac{1}{2}x$	$\tan \frac{x}{2} = \sqrt{3}$
$\tan x$	$\tan 2x$ = \tan $\cot \frac{1}{2}x$	$x = 60^\circ$ $\frac{x}{2} = 30^\circ$
$\tan x$	$\tan 2x$ = $\frac{1}{\tan \frac{1}{2}x}$	$x = 60^\circ$
$2 \tan \frac{x}{2}$	$\frac{1}{\tan \frac{x}{2}}$	$\tan \frac{x}{2} = -\sqrt{3}$
KO $1 - \tan^2 \frac{x}{2}$	$\tan \frac{x}{2}$	$\frac{x}{2} = 150^\circ$
$2 \tan^2 \frac{x}{2} = 1 - \tan^2 \frac{x}{2}$		(rejected) since $\frac{x}{2} < 90^\circ$
$\tan \frac{x}{2} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$	KO	
		$\therefore x = 60^\circ$ NO

Calon melakukan kesilapan menulis $\tan x$, sepatutnya calon menggunakan $2 \tan x$.

SOALAN 11: GEOMETRI KOORDINAT

Diagram 5 shows a triangle ACE . It is given the equation of the straight line CE is $y = -3x + 9$ and $B(-2, 1)$ lies on the straight line AC .

Rajah 5 menunjukkan sebuah segi tiga ACE . Diberi persamaan garis lurus CE ialah $y = -3x + 9$ dan $B(-2, 1)$ terletak pada garis lurus AC .

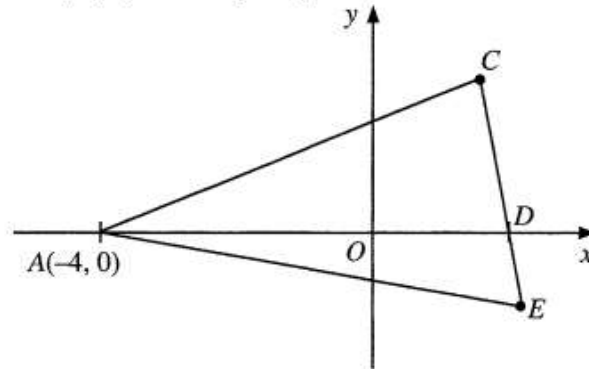


Diagram 5
Rajah 5

Find

Cari

- the equation of the straight line AC ,
persamaan garis lurus AC ,
- the coordinates of C ,
koordinat C ,
- the coordinates of E such that $CD : CE = 3 : 5$,
koordinat E dengan keadaan $CD : CE = 3 : 5$,
- the equation of locus P such that the moving point P is always equidistant from point C and passes through point A .
persamaan lokus P dengan keadaan titik bergerak P mempunyai jarak yang sentiasa sama dari titik C dan melalui titik A .

Soalan ini menghendaki calon untuk bahagian (a) mencari persamaan garis lurus AC , bahagian (b) mencari titik persilangan iaitu koordinat C , bahagian (c) mencari koordinat titik E dengan menggunakan rumus pembahagi tembereng garis dan bahagian (d) mencari persamaan lokus.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

Soalan (a)

$$m = \frac{1-0}{-2-(-4)}$$
$$= \frac{1}{2}$$
$$0 = \frac{1}{2}(-4) + c$$
$$c = 2$$

Equation of AC $\rightarrow y = \frac{1}{2}x + 2$

Soalan (b)

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$
$$y = -3x + 9$$
$$\frac{1}{2}x + 2 = \cancel{\quad} -3x + 9$$
$$3.5x = \cancel{\quad} 7$$
$$x = 2$$
$$y = \frac{1}{2}(2) + 2$$
$$= 3$$

C $\rightarrow (2, 3)$

Soalan (c)

$$D \rightarrow -3x + 9 = 0$$

$$x = 3$$

$$D \rightarrow (3, 0)$$

$$(3, 0) = \left(\frac{2(2) + 3x_E}{5}, \frac{2(3) + 3y_E}{5} \right)$$

$$\frac{2(2) + 3x_E}{5} = 3$$

$$x_E = \frac{11}{3}$$

$$\frac{2(3) + 3y_E}{5} = 0$$

$$y_E = -2$$

$$E \rightarrow \left(\frac{11}{3}, -2 \right)$$

Soalan (d)

$$\begin{aligned} \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} &= \sqrt{(2-(-4))^2 + (3-0)^2} \\ \sqrt{x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9} &= \sqrt{45} \\ x^2 + y^2 - 4x - 6y - 32 &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Equation of locus P} \rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y - 32 = 0$$

Soalan (a), calon berupaya mencari persamaan garis lurus AC dengan menggunakan kecerunan AB dan mendapatkan pintasan paksi-y, secara gantian titik A atau titik B.

Soalan (b), calon dapat mencari koordinat C yang merupakan titik persilangan antara garis lurus AC dan CE dengan menggunakan kaedah persamaan serentak.

Soalan (c), calon berupaya mencari koordinat E dengan tepat menggunakan kaedah tembereng garis mengikut nisbah CD:CE = 3:5

Soalan (d), calon dapat mentafsir ayat "jarak sentiasa sama dari titik C dan melalui titik A" sebagai PC = AC bagi mencari persamaan lokus P.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1: Soalan (a)

$$\begin{aligned} 11) \quad a) \quad & y = mx + c \\ & m = \frac{-1}{-3} \quad ; \quad c = -4 \\ & m = \frac{1}{3} \\ & y = \frac{1}{3}x - 4 \end{aligned}$$

Bahagian (a), calon salah mencari kecerunan AC, menggunakan $m_1 \times m_2 = -1$ kerana menganggap garis AC dan CE adalah berserenjang. Calon juga salah mencari pintasan-y, menggunakan titik A (-4,0). Sepatutnya, calon mencari kecerunan AB dan menggunakannya sebagai kecerunan AC.

Contoh 2: Soalan (d)

$$\begin{aligned} \sqrt{(x-(-4))^2 + (y-0)^2} &= \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} \quad \text{KI} \\ (x+4)^2 + y^2 &= (x-2)^2 + (y-3)^2 \quad \text{KO} \\ x^2 + 8x + 16 + y^2 & \quad \text{NO} \end{aligned}$$

Bahagian (d), calon tidak dapat mencari persamaan lokus P kerana silap mentafsir ayat "jarak sentiasa sama dari titik C dan melalui titik A" sebagai $PA = PC$. Sepatutnya calon menggunakan tafsiran $PC = AC$.

3.3 CADANGAN/SYOR

3.3.1 Calon

- a. Calon seharusnya menguasai kemahiran asas Matematik seperti operasi asas yang melibatkan nombor negatif, kemahiran algebra, menyelesaikan persamaan serentak dan menyelesaikan persamaan kuadratik.
- b. Calon harus memberi sepenuh tumpuan dalam kelas, sentiasa bertanya dan berbincang dengan guru atau rakan.
- c. Calon harus melakukan latihan yang kerap bagi soalan berbentuk penyelesaian masalah dan KBAT. Calon juga seharusnya melakukan latihan menjawab semua soalan SPM tahun-tahun lepas.
- d. Calon digalakkan menulis rumus sebelum menggantikan nilai ke dalam rumus.
- e. Elakkan pembundaran pada peringkat awal penyelesaian. Jawapan mesti diberi dalam bentuk yang paling ringkas.
- f. Gunakan kalkulator saintifik secara maksimum untuk membantu pengiraan. Calon hendaklah menggunakan kalkulator untuk menyemak jawapan bagi persamaan kuadratik, persamaan serentak, pembezaan dan pengamiran pada titik tertentu, nilai kebarangkalian dari skor-z dan nisbah trigonometri.
- g. Sentiasa melakar rajah untuk memudahkan pemahaman kehendak soalan.
- h. Sediakan jadual sebelum melukis graf. Jawab mengikut kehendak soalan seperti mematuhi skala yang diberi.
- i. Calon harus menunjukkan semua langkah kerja yang penting.
- j. Semasa peperiksaan, calon perlu bersikap tenang, menjawab soalan mudah dahulu, pandai mengurus masa, menyemak jawapan, memastikan semua bahagian soalan telah dijawab dan mematuhi arahan soalan.

3.3.2 Guru

- a. Guru mesti menguasai isi kandungan, konsep dan kemahiran semua tajuk Tingkatan 4 dan Tingkatan 5 Matematik Tambahan dengan baik merujuk kepada HSP.
- b. Guru perlu mempelbagaikan kaedah pengajaran dan pembelajaran bersesuaian dengan PAK21 bagi menarik minat murid dan menghasilkan pembelajaran yang berkesan.
- c. Guru mesti memastikan murid lemah memahami konsep asas sesuatu tajuk, memperoleh kemahiran asas pembezaan dan pengamiran, menyelesaikan persamaan kuadratik secara pemfaktoran, rumus atau terus guna kalkulator.
- d. Guru seharusnya mendedahkan kepada murid strategi serta teknik-teknik menjawab soalan yang lengkap, sistematik dan berkesan.
- e. Guru-guru peringkat menengah rendah memainkan peranan utama untuk memastikan asas-asas algebra seperti pengembangan dan manipulasi algebra dikuasai oleh murid pada peringkat itu.
- f. Guru perlu beri pendedahan dan menerapkan kemahiran menjawab soalan KBAT dalam pembelajaran.
- g. Guru perlu mengenali murid-muridnya dan mengajar mengikut tahap kemampuan mereka. Kenal pasti kelemahan murid supaya tindakan intervensi dapat dilakukan di peringkat awal.
- h. Guru mesti sentiasa mengaitkan tajuk dalam Matematik Tambahan dengan Matematik dan penggunaannya dalam kehidupan harian supaya murid tidak menganggap Matematik Tambahan sukar.
- i. Guru mesti memastikan murid menyiapkan kerja rumah. Latihan murid perlu disemak supaya guru mengetahui akan kelemahan muridnya.
- j. Guru mesti sentiasa memberi galakan dan motivasi kepada murid-muridnya.
- k. Guru perlu berhubung dengan ibu bapa murid untuk berbincang mengenai langkah mengatasi kelemahan murid.

4.0 BAHAGIAN C

4.1 PRESTASI CALON

4.1.1 Prestasi Keseluruhan

Dalam Bahagian C, secara keseluruhannya, prestasi calon adalah pada tahap yang baik untuk soalan Nombor Indeks dan Penyelesaian Segi Tiga, manakala soalan bagi Gerakan Pada Garis Lurus dan Pengaturcaraan Linear masih merupakan soalan bukan pilihan utama calon. Markah minimum ialah 0 dan markah maksimum ialah 20.

4.1.2 Prestasi Mengikut Kumpulan

Kumpulan Prestasi Tinggi

Calon dalam kumpulan ini boleh menjawab 2 soalan pilihan seperti yang dikehendaki. Sebilangan besar calon menjawab lebih daripada 2 soalan dalam bahagian ini.

Calon memahami soalan yang ditanya, menggunakan rumus dan kaedah yang betul, menggunakan konsep yang betul dan dapat menyelesaikan masalah soalan dengan cara kerja yang kemas dan tepat. Cara kerja yang diberikan adalah tersusun dan sistematik.

Calon mempunyai pengetahuan yang baik dan kemahiran aplikasi dalam mata pelajaran Matematik Tambahan berdasarkan kepada jawapan yang diberikan oleh calon.

Kebanyakan jawapan yang diberikan sesuai dengan kehendak jawapan yang diperlukan. Jawapan akhir untuk setiap soalan adalah betul dan selaras dengan skema markah yang diberi.

Kumpulan Prestasi Sederhana

Prestasi calon adalah baik. Calon-calun berjaya menjawab yang berasaskan kemahiran asas tetapi calon menghadapi masalah apabila menjawab soalan berasaskan aplikasi.

Jawapan yang diberikan menunjukkan pemahaman mereka tentang kandungan sukatan pelajaran yang telah dipelajari, tetapi mereka kurang menguasai kemahiran yang cukup untuk mengaplikasikan konsep.

Calon tidak dapat menjawab dengan baik dalam beberapa soalan seperti soalan 12(a)(b)(c), 13(b)(i)(ii) dan soalan 15(c).

4.2 KUPASAN JAWAPAN

SOALAN 12: GERAKAN PADA GARIS LURUS

Solution by graph sketching is **not** accepted.

Penyelesaian secara lakaran graf tidak diterima.

Diagram 6 shows particle P and particle Q that move along a straight line and pass through a fixed point O .

Rajah 6 menunjukkan zarah P dan zarah Q yang bergerak pada suatu garis lurus dan melalui satu titik tetap O .

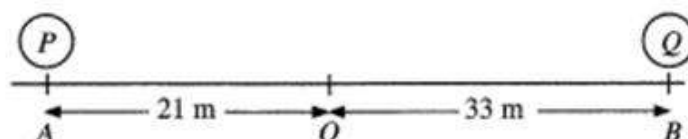


Diagram 6

Rajah 6

Particle P starts moving from point A and particle Q starts moving from point B simultaneously. After t seconds, the velocity, $v \text{ m s}^{-1}$, of particle P is given by $v_P = 2t - 4$ and of particle Q is given by $v_Q = 8 - 2t$.

Zarah P mula bergerak dari titik A dan zarah Q mula bergerak dari titik B secara serentak. Selepas t saat, halaju, $v \text{ m s}^{-1}$, bagi zarah P diberi oleh $v_P = 2t - 4$ dan bagi zarah Q diberi oleh $v_Q = 8 - 2t$.

- (a) Determine which particle passes through the fixed point O first.
Hence, state the time, in seconds.
*Tentukan zarah mana melalui titik tetap O dahulu.
Seterusnya, nyatakan masa, dalam saat.*
- (b) The two particles meet after k seconds.
Find the value of k .
*Kedua-dua zarah bertemu selepas k saat.
Cari nilai k .*
- (c) Find the furthest distance, in m, between particle P and particle Q during the motion.
Cari jarak paling jauh, dalam m, antara zarah P dan zarah Q sepanjang gerakan itu.

Soalan bahagian (a) menghendaki calon mencari sesaran bagi kedua-dua zarah P dan Q . Seterusnya calon dikehendaki menentukan zarah yang pertama melalui O dengan membandingkan masa yang diambil.

Soalan bahagian (b) menghendaki calon mencari nilai k apabila kedua-dua zarah bertemu selepas k saat dengan menyamakan sesaran zarah P dan sesaran zarah Q .

Soalan bahagian (c) menghendaki calon mencari jarak paling jauh di antara zarah P dan zarah Q sepanjang gerakan. Calon dikehendaki mencari masa kedua-dua zarah menukar arah pergerakan masing-masing. Seterusnya calon membuat kesimpulan maksud jarak yang paling jauh apabila kedua-dua zarah bergerak pada arah bertentangan.

Jawapan (a)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{aligned} s_p &= \int 2t - 4 \\ s_p &= \frac{2t^2}{2} - 4t + c \\ s_p &= t^2 - 4t + c \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} s_q &= \int 8 - 2t \\ s_q &= 8t - \frac{2t^2}{2} + c \\ s_q &= 8t - t^2 + c \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \text{When } t=0, s=0, c=0 & & \text{When } t=0, s=54 \\ s_p &= t^2 - 4t & s_q = 8t - t^2 + 54 \\ 2 &= t^2 - 4t & 2 &= 8t - t^2 + 54 \\ t^2 - 4t - 2 &= 0 & t^2 - 8t - 33 &= 0 \\ (t-7)(t+3) &= 0 & (t-11)(t+3) &= 0 \\ t=7 \text{ or } t=-3 & & t=11 \text{ or } t=-3 & \\ & \text{(Ignored)} & & \text{(Ignored)} \end{aligned}$$
$$\therefore \text{particle } P \text{ pass through } O \text{ first. } t = 7 \text{ s.}$$

Calon dapat melakukan pengamiran terhadap halaju zarah P dan halaju zarah Q untuk mendapatkan sesaran dengan mengambil titik rujukan yang betul bagi menetapkan nilai c. Seterusnya dapat mencari nilai t bagi kedua-dua zarah ketika $s = 0$ dan membuat kesimpulan.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$v_Q = 8 - 2t$	$v_P = 2t - 4$
$2t - 8 = 2t + 33$	$4 - 2t = 2t$ ✗ ko
$2t = 29$ 41	$-2t = 17$
$t = 14.5$ 20.5s	$t = 8.5$ s ko
$\therefore P$ sampai dahulu = 8.5s # no	

Calon tidak melakukan pengamiran terhadap persamaan halaju zarah P dan halaju zarah Q. Calon tidak dapat mencari nilai c iaitu konsep sesaran berdasarkan titik rujukan. Sepatutnya, calon perlu mengambil titik rujukan yang akan digunakan.

Contoh 2:

$\int_0^t 2t - 4 dt = 21$	$\int_0^t 8 - 2t dt = -33$ (left is negative)
$t^2 - 4t - 21 = 0$	$8t - t^2 - 33 = 0$
$(t-7)(t+3) = 0$	$-(t+3)(t-11) = 0$ Section 012(b)
$t = 7, t = -3$ reject	$t = -3, t = 11$ reject
Thus, particle P arrives at O first ✗ no	

Calon membuat kesimpulan tanpa menyatakan nilai t, masa yang sepatutnya sebagai jawapan akhir yang dikehendaki. Sepatutnya, selain menyatakan zarah P yang sampai dahulu, masa 7 saat perlu dinyatakan.

Jawapan (b)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{aligned} S_p &= S_q \\ t^2 - 4t &= 8t - t^2 + 54 \\ 2t^2 - 12t - 54 &= 0 \\ t^2 - 6t - 27 &= 0 & \therefore k = 9 \\ (t-9)(t+3) &= 0 \\ t = 9 &\text{ or } t = -3 \\ &\text{(ignored)} \end{aligned}$$

Calon dapat menyelesaikan persamaan serentak dengan betul apabila sesaran zarah P sama dengan sesaran zarah Q untuk mendapatkan nilai k .

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

$$\begin{aligned} t^2 - 4t &= 8t - 2t^2 & \text{KO} \\ 3t^2 - 12t &= 0 \\ t(t-4) &= 0 \\ t &= 4 & \text{NO} \end{aligned}$$

Calon menyamakan halaju bagi zarah P dan halaju bagi zarah Q. Sepatutnya, calon menggunakan $S_p = S_q$

Jawapan (c)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{array}{l} v_p = 0 \quad v_q = 0 \\ t = 2 \quad t = 4 \\ 2t - 4 < 0 \quad 8 - 2t < 0 \\ t < 2 \quad t > 4 \\ s_p = \left| 2^2 - 4(2) \right| \quad s_q = 8(4) - (4^2) + 54 \\ = 4 \quad = 70 \\ \therefore \text{furthest distance} = 70 + 4 \\ = 74 \text{ m} \end{array}$$

Calon dapat mencari nilai t apabila $v = 0$ dan menggantikannya dalam sesaran sahaja. Calon tidak dapat menentukan jarak paling jauh di antara kedua-dua zarah.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$$\begin{array}{l} -\int_0^2 2t - 4 dt + \int_0^4 8 - 2t dt + 5 \\ = -[t^2 - 4t]_0^2 + [8t - t^2]_0^4 + 54 \\ = -(4) + 8(4) - (4^2) + 54 \\ = 74 \text{ m} \end{array}$$

Calon tidak menunjukkan kaedah untuk menentukan masa zarah bertukar arah. Calon menggantikan nilai t ke dalam sesaran (kamiran halaju) tanpa menyemak arah pergerakan untuk mencari jarak paling jauh. Calon hendaklah menunjukkan $v_p = 0$ dan $v_q = 0$ untuk nilai t yang digunakan dalam sesaran.

Contoh 2:

$8 - 2t = 0$			
			ko
$2t = 8$			
			ko
$t = 4$			
			ko
$d = 8(4) - 16 = 16$			NO

Calon menggunakan $v_Q = 0$ untuk mencari nilai t dan menggantikan nilai t ke dalam persamaan jarak yang salah. Sepatutnya calon perlu juga mencari nilai t apabila $v_P = 0$ dan menyemak arah pergerakan kedua-dua zarah sebelum menentukan jarak.

SOALAN 13: PENYELESAIAN SEGI TIGA

Solution by scale drawing is **not** accepted.

Penyelesaian secara lukisan berskala tidak diterima.

Diagram 7 shows a triangle ABC marked on a horizontal ground and a lamp post PVB .

Rajah 7 menunjukkan sebuah segi tiga ABC ditandakan pada tanah mengufuk dan tiang lampu PVB .

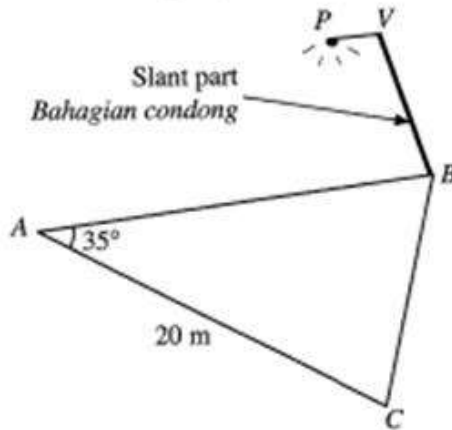


Diagram 7
Rajah 7

VB is a slant part with the length of 9 m. PV is vertically above line AB . It is given the angle of depression of point A from point V is 28° and $\angle VBA = 80^\circ$.

VB adalah bahagian condong dengan panjang 9 m. PV adalah tegak di atas garis AB . Diberi sudut tunduk bagi titik A dari titik V ialah 28° dan $\angle VBA = 80^\circ$.

(a) Calculate

Hitung

- (i) the length, in m, of AB ,
panjang, dalam m, bagi AB ,
- (ii) the length, in m, of BC .
panjang, dalam m, bagi BC .

(b) (i) Sketch a triangle $A'B'C'$ which has a different shape from triangle ABC such that $B'C' = BC$, $A'B' = AB$ and $\angle B'A'C' = \angle BAC$.

Lakar sebuah segi tiga $A'B'C'$ yang mempunyai bentuk berbeza daripada segi tiga ABC dengan keadaan $B'C' = BC$, $A'B' = AB$ dan $\angle B'A'C' = \angle BAC$.

(ii) Calculate $\angle A'B'C'$.

Hence, find the area, in m^2 , of triangle $A'B'C'$.

Hitung $\angle A'B'C'$.

Seterusnya, cari luas, dalam m^2 , segi tiga $A'B'C'$.

Soalan bahagian (a)(i) menghendaki calon untuk mencari panjang AB dengan menggunakan Petua Sinus dan (a)(ii), calon dikehendaki untuk mencari panjang BC dengan menggunakan Petua Kosinus. Bahagian (b)(i) pula calon dikehendaki untuk melakarkan sebuah segi tiga (kes berambiguiti), $A'B'C'$ dan (b)(ii) calon dikehendaki mengira sudut $A'B'C'$ seterusnya menggunakan nilai sudut tersebut untuk mencari luas segi tiga $A'B'C'$.

Jawapan 13(a)(i) dan (ii)

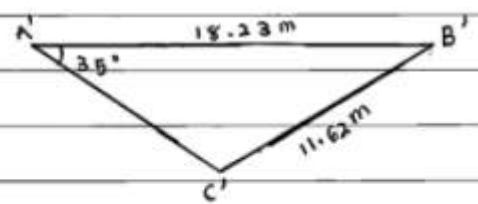
Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{aligned} \text{a) i) } \angle AYB &= 180 - 28 - 80 \\ \angle AYB &= 72^\circ \\ \frac{AB}{\sin 72} &= \frac{9}{\sin 28} \\ AB &= \frac{9 \sin 72}{\sin 28} \\ AB &= 18.23 \text{ m} \\ \text{ii) } BC^2 &= (18.23)^2 + 20^2 - 2(18.23)(20)\cos 35 \\ BC^2 &= 732.44 + 400 - 597.33 \\ BC^2 &= 135 \\ BC &= \sqrt{135} \\ BC &= 11.62 \text{ m} \end{aligned}$$

Dalam bahagian (a)(i), calon dapat mencari panjang AB dengan menggunakan Petua Sinus, $\frac{AB}{\sin 72^\circ} = \frac{9}{\sin 28^\circ}$. Dalam bahagian (a)(ii) calon dapat mencari panjang BC dengan menggunakan Petua Kosinus, $BC^2 = 18.23^2 + 20^2 - 2(18.23)(20)\cos 35^\circ$

Jawapan 13: (b)(i) dan (ii)

i)



ii)

$$\frac{\sin 35}{11.62} = \frac{\sin \angle A'C'B'}{18.23}$$

$$\sin \angle A'C'B' = \frac{18.23 \sin 35}{11.62}$$

$$\angle A'C'B' = \sin^{-1} 0.8999$$

$$= 64.14^\circ \rightarrow \begin{array}{l} \text{sudut rujukan} \\ \text{sudut tirus} \end{array}$$

$$\angle A'C'B' = 180^\circ - 64.14^\circ$$

$$= 115.86^\circ$$

$$\angle A'B'C' = 180^\circ - 115.86^\circ - 35^\circ$$

$$\angle A'B'C' = 29.14^\circ$$

luas $A'B'C'$

$$= \frac{1}{2} (18.23)(11.62) \sin 29.14$$

$$= 51.58 \text{ m}^2$$

$$= 51.58 \text{ m}^2$$

Dalam bahagian (b)(i) calon dapat melakarkan segi tiga $A'B'C'$ dengan $\angle C'$ adalah sudut cakah. Bahagian (b)(ii) calon dapat mencari nilai $\angle C$ (*tirus*) menggunakan Petua Sinus atau Petua Kosinus untuk mendapatkan $\angle A'B'C'$ iaitu $\angle A'B'C' = 180^\circ - 35^\circ - (180^\circ - \angle C)$. Seterusnya calon dapat mencari luas segi tiga $A'B'C'$ dengan menggunakan rumus, $\frac{1}{2}(18.23)(11.62) \sin 29.14^\circ$.

Jawapan 13(a)(i)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$$\frac{AB}{\sin 62^\circ} = \frac{9}{\sin (180^\circ - 80^\circ - 62^\circ)}$$
$$AB = \frac{9 \sin 62^\circ}{\sin 38^\circ}$$
$$= 12.907$$

Calon silap apabila mencari sudut $AVB = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$ kerana menganggap sudut $PVB = 90^\circ$. Sepatutnya, sudut $AVB = 180^\circ - 28^\circ - 80^\circ = 72^\circ$ untuk digantikan dalam Petua Sinus.

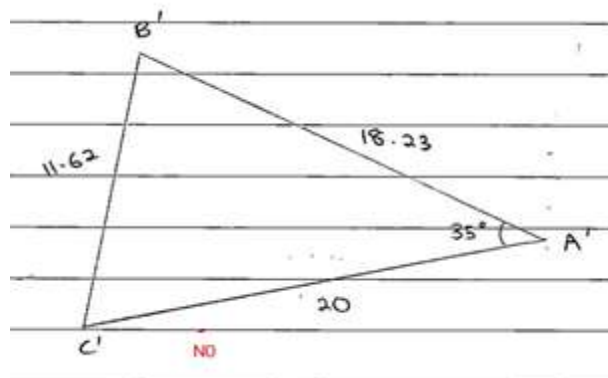
Jawapan 13(a)(ii)

Contoh 2:

$$BC^2 = 20^2 + 18.2322^2 - (20)(18.2322) \cos 35^\circ$$
$$BC = 20.8258$$

Bahagian (a)(ii), calon menggunakan rumus yang salah, sepatutnya $BC^2 = 20^2 + 18.2322^2 - 2(20)(18.2322) \cos 35^\circ$

Jawapan 13(b)i



Bahagian (b)(i), calon tidak dapat melakarkan segi tiga $A'B'C'$ menggunakan konsep berambiguiti. Sebaliknya memantul A pada garis pantulan BC. Calon perlu menggunakan konsep segi tiga sama kaki untuk BC dan $B'C'$.

Jawapan 13(b)ii

$$\begin{aligned}\frac{\sin \angle A'C'B'}{18.232} &= \frac{\sin 35}{11.62} \\ \angle A'C'B' &= \underline{64.15} \quad \text{Section C 13.(a)} \\ \angle A'B'C' &= 180 - 35 - \underline{64.15} \quad \text{KO} \\ &= 80.85^\circ \quad \text{NO} \\ \text{Area } \triangle A'B'C' &= \frac{1}{2} (11.62)(18.232) \sin 80.85 \\ &= 104.58 \text{ m}^2 \quad \text{NO}\end{aligned}$$

Bahagian (b)(ii), calon tidak dapat mencari sudut $A'B'C'$ dengan betul. Sepatutnya $\angle A'B'C' = 180^\circ - 35^\circ - \angle C'$

SOALAN 14 : PENGATURCARAAN LINEAR

Use the graph paper provided on page 23 to answer this question. Detach the graph paper and tie it together with your answer booklet.

Gunakan kertas graf yang disediakan pada halaman 23 untuk menjawab soalan ini. Ceraikan kertas graf itu dan ikat bersama-sama buku jawapan anda.

Diagram 8 shows two types of gift basket sold in a shop. The number of fruits and flowers in each type of the baskets are shown in Table 2.

Rajah 8 menunjukkan dua jenis bakul hadiah yang dijual di sebuah kedai. Bilangan buah dan bunga di dalam setiap jenis bakul ditunjukkan pada Jadual 2.



Diagram 8
Rajah 8

Basket Bakul	Number of Bilangan			Cost (RM) Kos (RM)
	Apples Epal	Oranges Oren	Roses Ros	
Premium Premium	8	2	5	45
Economy Ekonomi	2	4	5	40

Table 2
Jadual 2

The shop owner buys the fruits and flowers and repacks into the two types of baskets. In order to minimise the cost for one week's sale, she must purchase at least 160 apples and the number of oranges must be more than 120. The number of roses that can be bought must be less than 250.

Pemilik kedai membeli buah dan bunga dan membungkus semula kepada dua jenis bakul tersebut. Untuk meminimumkan kos bagi jualan satu minggu, dia perlu membeli sekurang-kurangnya 160 biji epal dan bilangan oren mesti melebihi 120 biji. Bilangan bunga ros yang boleh dibeli mesti kurang daripada 250 kuntum.

- (a) Using x to represent the number of premium basket and y to represent the number of economy basket, write three inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$.

Menggunakan x mewakili bilangan bakul premium dan y mewakili bilangan bakul ekonomi, tulis tiga ketaksamaan, selain daripada $x \geq 0$ dan $y \geq 0$.

- (b) Using a scale of 2 cm to 10 baskets on the x -axis and 2 cm to 5 baskets on the y -axis, construct and shade the region R which satisfies all the above constraints.

Menggunakan skala 2 cm kepada 10 bakul pada paksi- x dan 2 cm kepada 5 bakul pada paksi- y , bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas.

- (c) Using the graph constructed in 14(b), find the maximum profit earned by the shop owner every week.

Hence, find the minimum number of apples that need to be purchased weekly.

Menggunakan graf yang dibina di 14(b), cari keuntungan maksimum yang diperolehi pemilik kedai setiap minggu.

Seterusnya, cari bilangan minimum epal yang perlu dibeli setiap minggu.

Soalan bahagian (a) menghendaki calon untuk menulis tiga ketaksamaan berdasarkan kekangan yang diberi dengan mentafsir gambar dua jenis bakul, iaitu x mewakili bakul premium dan y mewakili bakul ekonomi.

Soalan bahagian (b) menghendaki calon melukis ketiga-tiga garis lurus dan melorek rantau yang memenuhi semua kekangan.

Soalan bahagian (c) menghendaki calon menggunakan graf untuk mencari titik maksimum, seterusnya mengira keuntungan maksimum yang diperolehi dan bilangan epal minimum yang dibeli setiap minggu.

Jawapan (a)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{array}{r} 8x + 2y \geq 160 \\ 2x + 4y > 120 \\ 5x + 5y < 250 \end{array}$$

Calon dapat menulis ketaksamaan berdasarkan kekangan yang diberi dengan betul.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

$$\begin{array}{l} 8x + 2y \leq 160 \quad \text{NO} \\ 2x + 4y > 120 \\ 45x + 40y < 250 \quad \text{NO} \end{array}$$

Calon tidak dapat mentafsir kekangan yang diberi dan menulis simbol ketaksamaan dengan betul. Sepatutnya, calon memahami maksud perkataan yang digunakan dalam kekangan dengan ketaksamaan yang tepat.

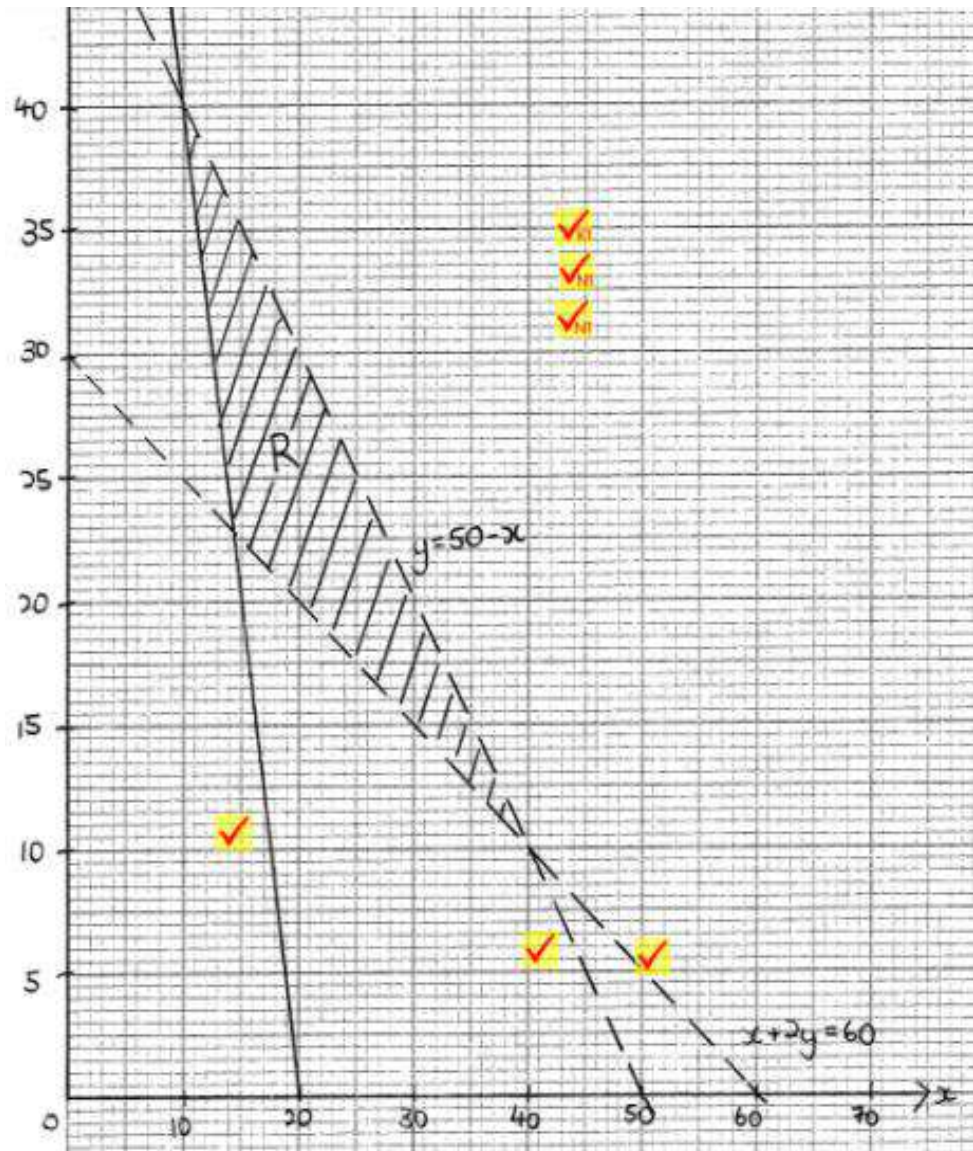
Contoh 2:

$$\begin{array}{l} 8x + 2y > 160 \quad \text{NI} \\ 2x + 4y \geq 120 \quad \text{NI} \\ 5x + 5y \leq 250 \quad \text{NI} \quad \text{SS-1} \end{array}$$

Calon terbalik menggunakan tanda "=" pada simbol ketaksamaan. Sepatutnya, $8x + 2y \geq 160$, $2x + 4y > 120$ dan $5x + 5y < 250$.

Jawapan (b)

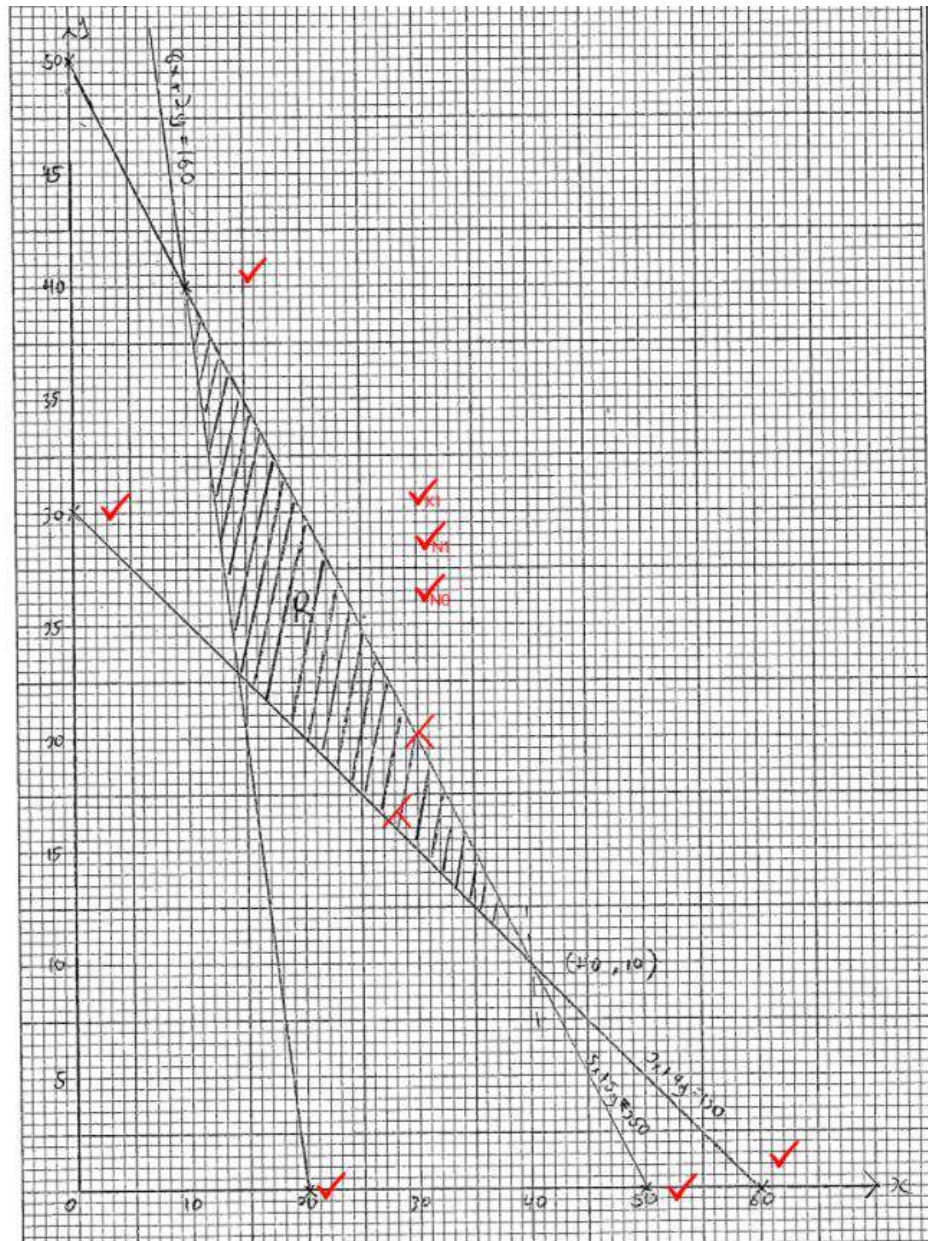
Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi



Calon dapat melukis ketiga-tiga graf garis lurus dengan tepat dan melorek rantau yang memenuhi ketiga-tiga ketaksamaan dengan betul

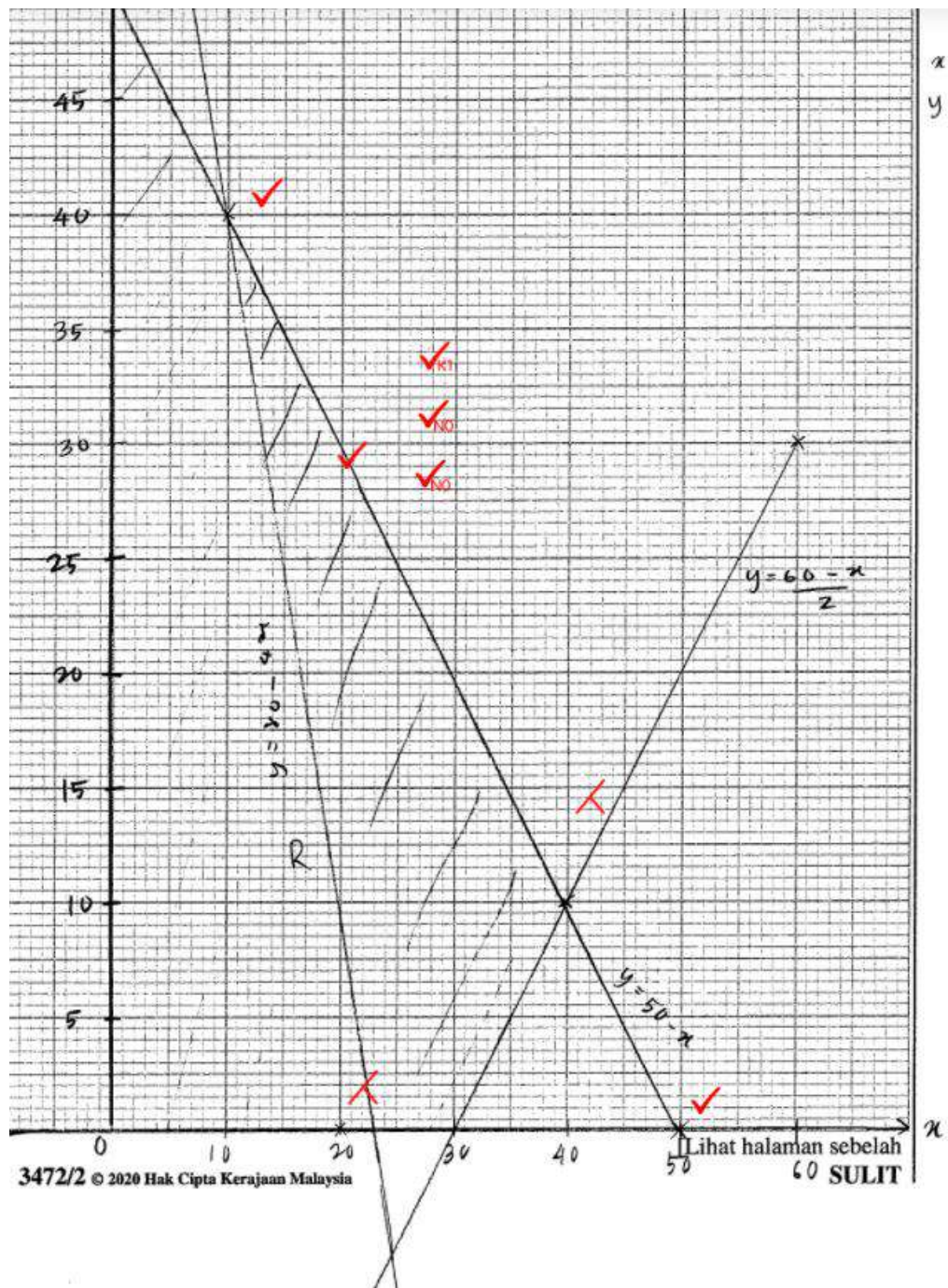
Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:



Calon menggunakan garis penuh bagi $2x + 4y > 120$ dan $5x + 5y < 250$.
Sepatutnya, calon menggunakan garis putus-putus.

Contoh 2:



Calon tidak dapat melukis ketiga-tiga graf garis lurus nya dengan betul. Sepatutnya, calon mencari dua titik panduan yang betul untuk setiap garis lurus nya.

Jawapan (c)

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

$$\begin{aligned} \text{minimum number of apples} &= 8x + 2y = k \\ 8x + 2y &= k \\ \text{subs the point } (14, 23) & \quad \text{NO} \\ 8(14) + 2(23) &= 158 \\ & \quad \text{NO} \end{aligned}$$

Calon dapat mencari bilangan minimum epal menggunakan $8x + 2y$ dan titik dalam rantau dengan betul tetapi tidak dapat mencari keuntungan maksimum yang diperoleh oleh pemilik kedai.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Contoh 1:

(c) $8x + 2y = k$ titik luar rantau
 $(10, 40)$ NO
 $8(10) + 2(40) = k$
 $k = 160$
K0
NO

Calon mengganti titik di luar rantau atau titik pada garisan putus-putus. Sepatutnya, calon memilih titik di dalam rantainya.

Contoh 2:

$$\begin{aligned} & \text{maximum profit:} \\ & \text{profit} = 40 \\ & \text{economy} = 10 \\ & \text{minimum apple} = (14.5, 25.5) \\ & = 8(14.5) + 2(25.5) \\ & = 167 \text{ apples.} \end{aligned}$$

Calon mengganti titik bukan integer untuk mencari bilangan minimum epal. Sepatutnya, menggunakan titik integer untuk mengesahkan jawapan akhir.

SOALAN 15: NOMBOR INDEKS

Syarikat Jus Segar is a company which manufactures canned drinks. Table 3.1 shows the price and the price index of sweetener.

Syarikat Jus Segar merupakan sebuah syarikat yang mengeluarkan minuman dalam tin. Jadual 3.1 menunjukkan harga dan indeks harga bagi pemanis.

Price (RM) per kg for the year <i>Harga (RM) per kg pada tahun</i>		Price index in the <i>Indeks harga pada</i>	
		year 2018 based on the year 2016 <i>tahun 2018 berdasarkan tahun 2016</i>	year 2021 based on the year 2018 <i>tahun 2021 berdasarkan tahun 2018</i>
2016	2018		
2.00	x	110	25% increase <i>Menokok 25%</i>

Table 3.1
Jadual 3.1

Table 3.2 shows price index for four ingredients which are used to produce a can of mixed fruit drink.

Jadual 3.2 menunjukkan indeks harga bagi empat jenis bahan yang digunakan untuk menghasilkan satu tin minuman campuran buah-buahan.

Ingredient <i>Bahan</i>	Price index for the year 2021 based on the year 2016 <i>Indeks harga pada tahun 2021 berdasarkan tahun 2016</i>
Sweetener <i>Pemanis</i>	y
Lychee <i>Laici</i>	115
Mango <i>Mangga</i>	108
Grape <i>Anggur</i>	112

Table 3.2
Jadual 3.2

Diagram 9 is a bar chart represents the percentage of the ingredients used, such that m is a constant.

Rajah 9 adalah carta palang mewakili peratus bagi bahan-bahan yang digunakan, dengan keadaan m ialah pemalar.

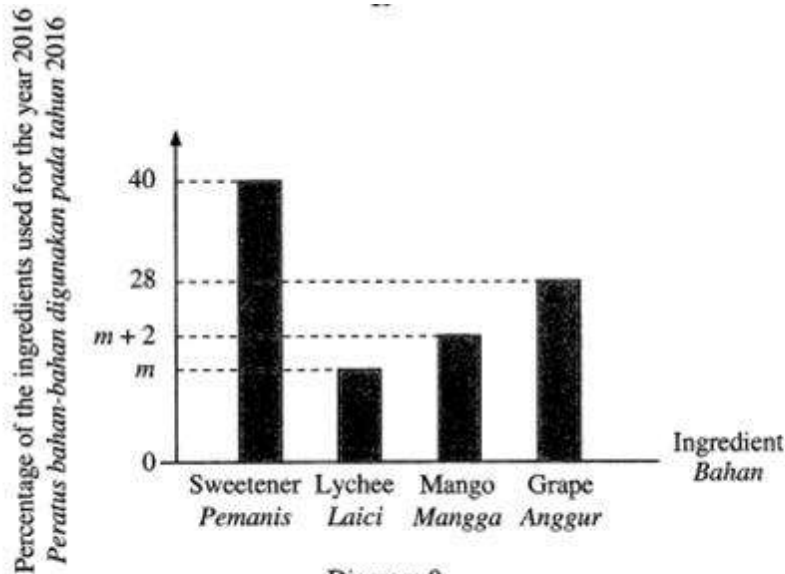


Diagram 9
Rajah 9

- (a) Find the value of x .

Cari nilai x .

- (b) Based on the Table 3.1 and Table 3.2 or Diagram 9

Berdasarkan Jadual 3.1 dan Jadual 3.2 atau Rajah 9

- (i) find the value of y ,

cari nilai y ,

- (ii) calculate the composite index for the price of the mixed fruit drink for the year 2021 based on the year 2016.

hitung indeks gubahan bagi harga minuman campuran buah-buahan bagi tahun 2021 berdasarkan tahun 2016.

- (c) The company estimated that the cost of manufacturing the mixed fruit drink will increase at a constant rate of 2% per year from the year 2021.

Estimate the corresponding price of a can of mixed fruit drink for the year 2026 if the price of a can in the year 2016 was RM1.30.

Syarikat itu menganggarkan kos pengeluaran air minuman campuran buah-buahan tersebut akan meningkat secara malar sebanyak 2% setiap tahun bermula dari tahun 2021.

Anggarkan harga sepadan setin minuman campuran buah-buahan pada tahun 2026 jika harga setin minuman pada tahun 2016 ialah RM1.30.

Bahagian (a), calon dikehendaki mencari harga x iaitu Q_1 , berdasarkan maklumat indeks harga yang diberi menggunakan rumus, $I = \frac{Q_1}{Q_0} \times 100$.

Bahagian (b)(i) calon dikehendaki mencari indeks harga y iaitu I , menggunakan rumus, $I = \frac{Q_1}{Q_0} \times 100$ dan seterusnya bahagian (b)(ii), calon dikehendaki

mencari indeks gubahan, \bar{I} menggunakan rumus, $\bar{I} = \frac{\sum Iw}{\sum w}$, berdasarkan pemberat dan indeks harga yang diberi.

Bahagian (c), calon dikehendaki menganggar harga setin minuman pada tahun 2026 apabila kos pengeluaran air minuman itu meningkat secara malar sebanyak 2% setiap tahun selama 5 tahun bermula dari tahun 2021 iaitu dengan mencari harga setin minuman pada tahun 2021 dan seterusnya mendarabkan harga tersebut dengan $\left(\frac{102}{100}\right)^5$ bagi mencari harga minuman pada tahun 2026.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Tinggi

Jawapan (a)

$$\frac{P_{2018}}{P_{2016}} \times 100 = 110$$
$$\frac{P_{2018}}{RM2} = 1.1$$
$$P_{2018} = RM2.20$$

Jawapan (b)(i), (ii) dan (c)

$$\begin{aligned}
 \text{b) i)} \quad \frac{f_{2021}}{f_{2016}} \times 100 &= 125 \\
 \frac{f_{2021}}{f_{2016}} &= 1.25 \\
 \frac{f_{2021}}{f_{2016}} &= \frac{f_{2021}}{f_{2015}} \times \frac{f_{2015}}{f_{2016}} \times 10 \\
 &= 1.25 \times 1.10 \times 100 \\
 &= 137.5 \\
 \\
 \text{ii)} \quad 40 + 28 + m + 2 + m &= 100 \\
 2m &= 30 \\
 m &= 15 \\
 \\
 \bar{x} &= \frac{(137.5 \times 40) + (115 \times 15) + (108 \times 17) + (112 \times 28)}{40 + 15 + 17 + 28} \\
 &= \frac{5500 + 1725 + 1836 + 3136}{100} \\
 &= 121.97 \\
 \\
 \text{c)} \quad \frac{f_{2021}}{f_{2016}} \times 100 &= 121.97 & \cdot a = \text{RM } 1.59 \\
 & & r = 1.02 \\
 \frac{f_{2021}}{f_{2016}} &= 1.2197 & F_5 = 1.59 \times 1.02^5 \\
 & & = \text{RM } 1.76 \\
 f_{2021} &= 1.30 \times 1.2197 \\
 &= \text{RM } 1.59
 \end{aligned}$$

Bahagian (a), calon dapat mencari harga x iaitu Q_1 , dengan menggunakan rumus, $110 = \frac{x}{2} \times 100$.

Bahagian (b)(i), calon dapat mencari indeks harga y , menggunakan rumus, $y = 110 \times \frac{125}{100}$ dan seterusnya bahagian (b)(ii), calon dapat mencari nilai $m = 15$ daripada carta bar yang mewakili pemberat bagi laici dan $m + 2 = 17$, iaitu pemberat bagi mangga yang digunakan dalam rumus, $\bar{I} = \frac{137.5(40) + 115(15) + 108(17) + 112(28)}{100} = 121.97$, bagi mencari Indeks Gubahan.

Bahagian (c), calon dapat mencari harga setin minuman pada tahun 2021 iaitu Harga tahun 2021 = $1.30 \times \frac{121.97}{100} = 1.59$ dan seterusnya $1.59 \times \left(\frac{102}{100}\right)^5$ bagi mencari harga minuman pada tahun 2026.

Contoh Jawapan Kumpulan Berprestasi Sederhana

Bahagian (a)

$$\frac{P_{18}}{P_{16}} \times 100 = 110$$

$$\frac{x}{2} \times 100 = 110$$

$$x = 2.2$$

Calon tidak memberikan jawapan dalam dua tempat perpuluhan bagi nilai harga x.

Bahagian (b)(i)

$$y = \frac{110 \times 137.5}{100} \quad \text{KO}$$

$$= 151.25 \quad \text{NO}$$

Bahagian b(i), calon tidak dapat mengenalpasti kehendak soalan untuk mencari nilai y. Sepatutnya $y = \frac{110 \times 125}{100} = 137.5$

Bahagian (b) (ii)

$$\begin{aligned}m + m + 2 + 28 + 40 &= 100 \\2m &= 70 \\m &= 15\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}\text{Composite index} &= \frac{IW}{EW} \\&= \frac{125(40) + 115(20) + 108(17) + 112(26)}{100} \\&= \frac{13422}{100} \\&= 134.22\end{aligned}$$

Bahagian (b)(ii), calon silap dalam penggantian nilai bagi m .

Contoh Bahagian (c)

$$\begin{aligned}\frac{110}{100} \times 127.47 &= 140.217 \\I_{\frac{2026}{2016}} &= 140.217 \\ \frac{x}{1.30} \times 100 &= 140.217 \\x &= \text{RM}1.82 \\ \text{Price in 2026 is RM } 1.82\end{aligned}$$

Bahagian (c), calon tidak menggunakan $\left(\frac{102}{100}\right)^5$ sebaliknya menggunakan $\frac{(100 + 5 \times 2\%)}{100} = \frac{110}{100}$ bagi mentafsir maksud “peningkatan secara malar sebanyak 2% setiap tahun selama 5 tahun”.

4.3 Cadangan/Syor

4.3.1 Calon

- a. Calon seharusnya menguasai kemahiran asas Matematik seperti operasi asas yang melibatkan nombor negatif, kemahiran algebra, menyelesaikan persamaan serentak dan menyelesaikan persamaan kuadratik.
- b. Calon harus memberi sepenuh tumpuan dalam kelas, sentiasa bertanya dan berbincang dengan guru atau rakan-rakan.
- c. Calon harus melakukan latihan yang banyak bagi soalan berbentuk penyelesaian masalah dan KBAT serta cuba menyelesaikan semua soalan SPM tahun-tahun lepas.
- d. Calon digalakkan menulis rumus sebelum menggantikan nilai ke dalam rumus.
- e. Elakkan pembundaran pada peringkat awal penyelesaian. Jawapan mesti diberi dalam bentuk yang paling ringkas.
- f. Gunakan kalkulator saintifik secara maksimum untuk membantu pengiraan dan belajar bagaimana menggunakan kalkulator untuk menyemak jawapan.
- g. Sentiasa cuba melakar rajah untuk memudahkan pemahaman kehendak soalan.
- h. Menentukan sekurang-kurangnya 2 titik panduan sebelum melukis graf dan mematuhi skala yang diberi.
- i. Calon harus menunjukkan semua langkah kerja yang penting.

4.3.2 Guru

- a. Guru mesti menguasai isi kandungan, konsep dan kemahiran semua tajuk Tingkatan 4 dan Tingkatan 5 Matematik Tambahan dengan baik dengan merujuk HSP.
- b. Guru perlu pelbagaikan kaedah pengajaran dan pembelajaran bersesuaian dengan PAK21 bagi menarik minat murid dan menghasilkan pembelajaran yang berkesan.
- c. Guru mesti memastikan murid lemah memahami konsep asas sesuatu tajuk dan memperoleh kemahiran asas yang diperlukan.
- d. Guru seharusnya mendedahkan kepada murid strategi serta teknik-teknik menjawab soalan yang lengkap, sistematik dan berkesan.
- e. Guru-guru peringkat menengah rendah memainkan peranan utama untuk memastikan asas-asas algebra seperti pengembangan dan manipulasi algebra dikuasai oleh murid pada peringkat itu.
- f. Guru perlu beri pendedahan dan menerapkan kemahiran menjawab soalan KBAT dalam pembelajaran.
- g. Guru perlu mengenali murid-muridnya dan mengajar mengikut tahap kemampuan mereka. Kenal pasti kelemahan murid supaya tindakan intervensi dapat dilakukan di peringkat awal.
- h. Guru mesti sentiasa mengaitkan tajuk dalam Matematik Tambahan dengan Matematik dan penggunaannya dalam kehidupan harian supaya murid tidak menganggap Matematik Tambahan sukar.

PENGHARGAAN

PENASIHAT:

DATO' HJ. PKHARUDIN BIN HJ. GHAZALI

PENGERUSI:

DR. IBRAHIM BIN MOHAMED ZIN

URUS SETIA:

PUAN HJH. JURAIDA BINTI UMAT

DR. HABIBAH BINTI MAT REJAB

PUAN SITI ASMAH BINTI MD YUSOF

PUAN NOR ZULAIKHA BIN CHE MAT

ENCIK HAPIZI BIN MISKAM

EDITOR:

ENCIK MOHD FATHI BIN ADNAN (KETUA EDITOR)

ENCIK MOHD RIDZUAN BIN IDRIS (PEN. KETUA EDITOR)

PUAN NORAZAH BINTI BIDI

CIK FAIZAH BINTI SAMAD

ENCIK KHAIRILL HELME BIN RAMLI

PANEL PENULIS:

KP & KPB BAHASA MELAYU KERTAS 1

KP & KPB BAHASA MELAYU KERTAS 2

KP & KPB BAHASA INGGERIS KERTAS 1

KP & KPB BAHASA INGGERIS KERTAS 2

KP & KPB SEJARAH KERTAS 2

KP & KPB MATEMATIK KERTAS 2

KP & KPB MATEMATIK TAMBAHAN KERTAS 1

KP & KPB MATEMATIK TAMBAHAN KERTAS 2